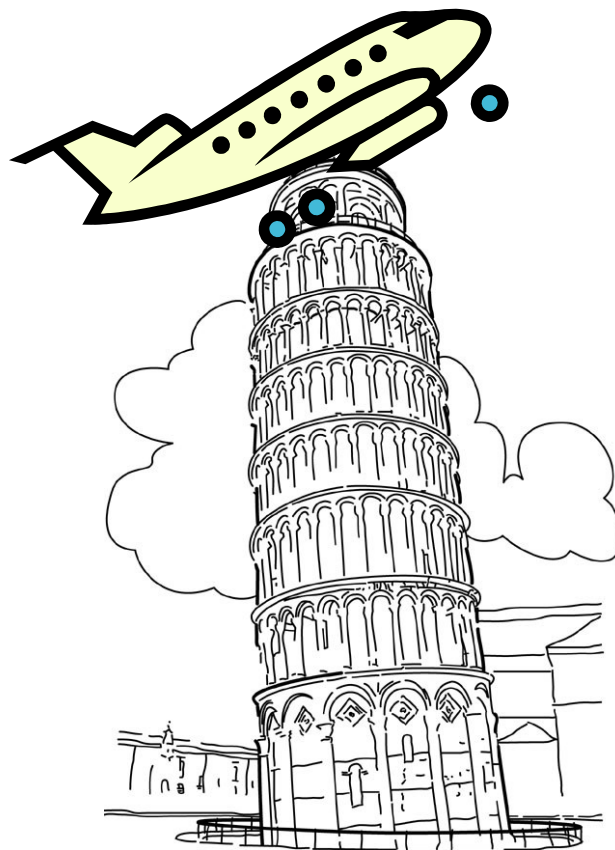


**AERODYNAMIQUE ET MECANIQUE DU VOL**

**STABILITE LONGITUDINALE**



## SOMMAIRE

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>RAPPEL : CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DE L'AILE.....</b>	<b>4</b>
2.1	PROFILS D'AILE USUELS EN AVIATION .....	4
2.2	PROFILS NACA .....	5
<b>3</b>	<b>PROFILS DE VITESSE ET DE PRESSION .....</b>	<b>6</b>
3.1	PROFIL DE VITESSE SUR L'EXTRADOS ET L'INTRADOS .....	6
3.2	PROFIL DE PRESSION SUR L'EXTRADOS ET L'INTRADOS .....	7
<b>4</b>	<b>CENTRE DE POUSSEE .....</b>	<b>12</b>
4.1	CALCUL DE LA POSITION DU CENTRE DE PUSSEE (OU CENTRE DE PRESSION) .....	12
4.2	CENTRE DE PUSSEE POUR UN PROFIL DISSYMETRIQUE.....	12
4.3	CENTRE DE PUSSEE POUR UN PROFIL SYMETRIQUE.....	13
<b>5</b>	<b>COEFFICIENT DE PORTANCE DE L'AILE.....</b>	<b>15</b>
5.1	RAPPEL : EXPRESSION DE LA FORCE DE PORTANCE.....	15
5.2	VALEUR DE CZ EN FONCTION DE L'INCIDENCE A .....	15
<b>6</b>	<b>MOMENT DES FORCES DE PORTANCE .....</b>	<b>17</b>
6.1	MOMENT DE Z PAR RAPPORT A UN POINT X SITUE SUR LA CORDE DE PROFIL.....	17
6.2	ETUDE DE LA VARIATION DE MZ EN FONCTION DE L'INCIDENCE .....	18
6.3	COEFFICIENT DE MOMENT .....	18
<b>7</b>	<b>FOYER DE L'AILE .....</b>	<b>19</b>
7.1	MISE EN EVIDENCE.....	19
7.2	COEFFICIENT DE MOMENT AU FOYER.....	20
<b>8</b>	<b>RELATIONS PARTICULIERES.....</b>	<b>21</b>
8.1	RELATION ENTRE CMX, CMF, CZ.....	21
8.2	RELATION ENTRE LA POSITION DU CENTRE DE PUSSEE, CZ ET CM0 .....	24
<b>9</b>	<b>STABILITE DE L'AILE SEULE.....</b>	<b>25</b>
9.1	RAPPEL SUR LA NOTION D'EQUILIBRE.....	25
9.2	CAS DE L'AILE SEULE (DE TYPE PROFIL DISSYMETRIQUE A COURBURE POSITIVE).....	25
9.3	CREATION D'UN EQUILIBRE STABLE .....	27
<b>10</b>	<b>AJOUT D'UN STABILISATEUR.....</b>	<b>28</b>
10.1	PROFIL DU STABILISATEUR (EMPENNAGE HORIZONTAL).....	28
10.2	EXISTENCE D'UN FOYER GLOBAL OU FOYER AVION.....	28
10.3	ETAT DES FORCES DU SYSTEME .....	29
10.4	ANGLE FORME PAR LES CORDES DE PROFIL .....	30
10.5	CENTRE DE PUSSEE DE L'AVION .....	30
10.6	EQUILIBRE DES MOMENTS AU FOYER.....	31
10.7	AUTRE DEFINITION DU FOYER AVION .....	32
<b>11</b>	<b>STABILITE LONGITUDINALE DE L'AVION .....</b>	<b>34</b>
11.1	ETUDE DE LA STABILITE LONGITUDINALE – SCHEMA 1 .....	35
11.2	ETUDE DE LA STABILITE LONGITUDINALE – SCHEMA 2 .....	36
11.3	ETUDE DE LA STABILITE LONGITUDINALE – SCHEMA 3 .....	38
11.4	QUALITE DE LA STABILITE.....	39
11.5	PLAGE DE CENTRAGE.....	40
Annexe 1	Profil NACA 2412 - Caractéristiques géométriques.....	41
Annexe 2	Profil NACA 2412 - Profils de vitesse pour différentes valeurs d'incidence.....	42
Annexe 3	Caractéristiques de quelques profils.....	43

# 1 INTRODUCTION

De nombreux textes traitent de la stabilité longitudinale de l'avion en vol, que ce soit dans les ouvrages de vulgarisation ou les cours à l'attention des élèves pilotes d'aéro-clubs ou des candidats aux licences CPL ou ATPL. Il n'est donc pas question ici d'établir de nouveaux concepts au sujet de ce domaine particulier de l'aérodynamique et de la mécanique du vol, et qui a été traité plus que dans le détail par d'éminents spécialistes.

Il apparaît cependant que, pour beaucoup d'élèves et de pilotes, certaines notions introduites dans bon nombre de publications concernant l'explication de la stabilité longitudinale de l'avion, comme le « foyer avion » ou le « coefficient de moment » d'une aile restent très floues, voire incompréhensibles.

Enoncer brutalement que le foyer est « le point d'application des variations de portance », suggère quelques interrogations justifiées à tout élève possédant des connaissances de base en physique et, même si cette approche n'est pas erronée, ceci constitue un raccourci qu'il eût été souhaitable d'explicitier davantage.

Dans certains manuels, on peut voir que les forces de portance s'appliquent au(x) centre(s) de poussée (ailes et gouvernes de profondeur), dans certains autres ces forces de portance s'appliquent au foyer de l'aile ou de l'avion, quand ce n'est pas directement au centre de gravité de l'appareil.

Il est donc compréhensible qu'un élève – pilote ou pilote déjà breveté constatant que la force de portance s'applique, selon les ouvrages, à trois endroits fondamentalement différents de l'avion (centre de poussée, foyer, centre de gravité) puisse quelque peu se sentir dérouté.

La palme du raccourci revient incontestablement aux ouvrages expliquant la stabilité longitudinale de l'avion, sans faire apparaître dans la démonstration la présence du plan de profondeur (stabilisateur) et donc son rôle. C'est hélas le cas du Manuel du Pilote d'avion, livre de chevet d'une immense majorité d'élèves - pilotes d'aéro-clubs.

On tente donc ici d'apporter des informations complémentaires sur les notions ci-dessus en prenant comme exemple un profil d'aile utilisé sur beaucoup d'avions légers. On discute également des différents schémas utilisés couramment pour expliquer la stabilité longitudinale en comparant leurs avantages et inconvénients respectifs.

Il est supposé dans ce document que les notions de base en physique (force, moment, équilibre d'un solide soumis à un système de forces) sont acquises. Idem pour les fondamentaux de l'aérodynamique de l'aile en particulier tout ce qui touche à la portance d'une aile (origine, influence des différents paramètres, coefficient  $C_z$ ).

## 2 RAPPEL : CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DE L'AILE

### 2.1 Profils d'aile usuels en aviation

#### 2.1.1 Forme du profil

Les profils d'aile les plus utilisés sont (figure 1):

- Le profil biconvexe dissymétrique: c'est celui qui caractérise l'aile de l'avion
- Le profil biconvexe symétrique : on le rencontre sur l'empennage horizontal (plan fixe de la gouverne de profondeur ou plan mobile si cette gouverne est de type monobloc) et vertical (plan fixe de la gouverne de direction)



Figure 1. Types de profils usuels

#### 2.1.2 Caractéristiques géométriques

Un profil est caractérisé par (voir figure 2) :

- **Longueur de la corde de profil (c)**. La corde de profil est la droite joignant le bord d'attaque au bord de fuite. Dans les fiches de pesée, la corde de profil est parfois désignée MAC (soit Mean Aerodynamic Cord dans la terminologie anglo-saxonne).
- **Epaisseur relative (Er)**. C'est le rapport de l'épaisseur maximale (E) à la longueur de la corde de profil. Beaucoup de profils présentent une épaisseur relative de 12 à 14%.
- **Ligne moyenne** : ligne située à égale distance de l'intrados et de l'extrados.
- **Courbure relative (Cr)**. C'est le rapport de la flèche maximale à la longueur de la corde de profil. La flèche d'un profil (f) est la distance entre la corde de profil et la ligne moyenne. Les profils d'aile usuels ont une courbure variant de 1,8 à 6 %. Elle est dite positive quand la courbure de l'extrados est plus prononcée que la courbure de l'intrados (majorité des cas). Pour les profils symétriques  $Cr = 0$ .

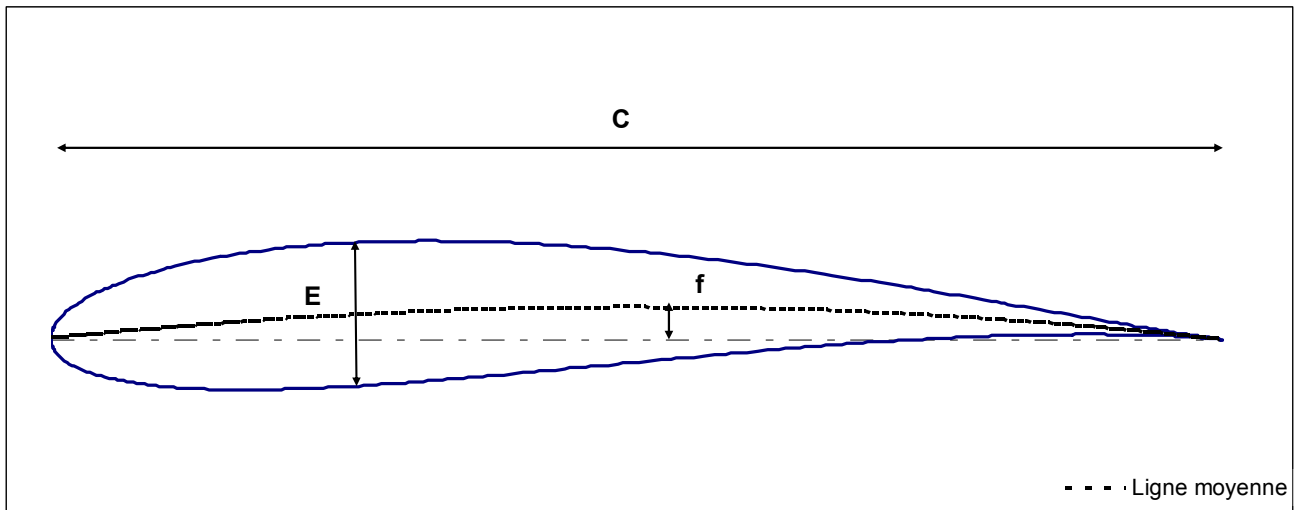


Figure 2. Caractéristiques géométriques

## 2.2 Profils NACA

Parmi les nombreux profils normalisés qui ont été développés depuis des décennies dans le monde entier, les profils NACA (National Advisory Committee for Aeronautics, agence américaine en charge de la recherche dans le domaine aéronautique jusqu'à la fin des années 50) sont les plus fréquents. En aviation légère, on trouve très souvent les types suivants :

- NACA 23012. Exemple : CAP 10
- NACA 43013.5. Exemple : DR 400
- NACA 2412. Exemple : Cessna 150/172/182

Dans ce document, ce sont les données du profil **NACA 2412** qui sont utilisées pour illustrer certains chapitres.

Dans cette désignation :

**2** signifie que le profil à une courbure relative de 2 %

**4** indique que le point correspondant à la flèche maximale se trouve à 40 % du bord d'attaque.

**12** représente l'épaisseur relative soit 12 %.

L'annexe 1 présente ce profil avec les coordonnées de l'extrados et de l'intrados. En ce qui concerne la corde de profil, la longueur de celle-ci (**c**) est prise égale à 1 (ou 100%).

Le bord d'attaque à une abscisse de 0 (ou 0%). Le bord de fuite a une abscisse de 1 (ou 100 %).

C'est cette notation, habituelle pour l'étude des profils d'aile, qui est appliquée ici.

### 3 PROFILS DE VITESSE ET DE PRESSION

#### 3.1 Profil de vitesse sur l'extrados et l'intrados

Les profils de vitesse présentés sont calculés à partir d'un logiciel de simulation (Datafoil). Il s'agit plus d'un outil permettant la compréhension de ce qui se passe autour de l'aile qu'un réel logiciel de conception. Les valeurs obtenues peuvent être différentes de celles que l'on pourrait trouver à partir d'autres programmes de simulation utilisant des hypothèses différentes. Plus que la valeur absolue des résultats, on s'intéressera surtout à la façon dont ils évoluent quand certains paramètres, tel que l'incidence, de l'aile changent.

Les profils de vitesse sont calculés en supposant que l'aile est fixe et l'air se déplaçant autour de celle-ci. Cette approche est considéré comme représentative de la réalité, à savoir l'aile en mouvement dans de l'air immobile. C'est ce raisonnement bien connu qui est appliqué dans l'étude des profils en soufflerie.

Les calculs sont présentés pour le profil NACA 2412 et une vitesse air loin de l'aile  $V_0 = 100$  kts, valeur très souvent rencontrée sur les avions légers d'aéro-club.

Rappelons que le bord d'attaque a pour abscisse 0 (0 % de c) et le bord de fuite 1 (100 % de c)

##### 3.1.1 Influence de l'incidence

Considérons le cas d'une incidence en croisière  $\alpha = 4^\circ$ . Le profil de vitesse calculé est celui de la figure 3 ci-dessous.

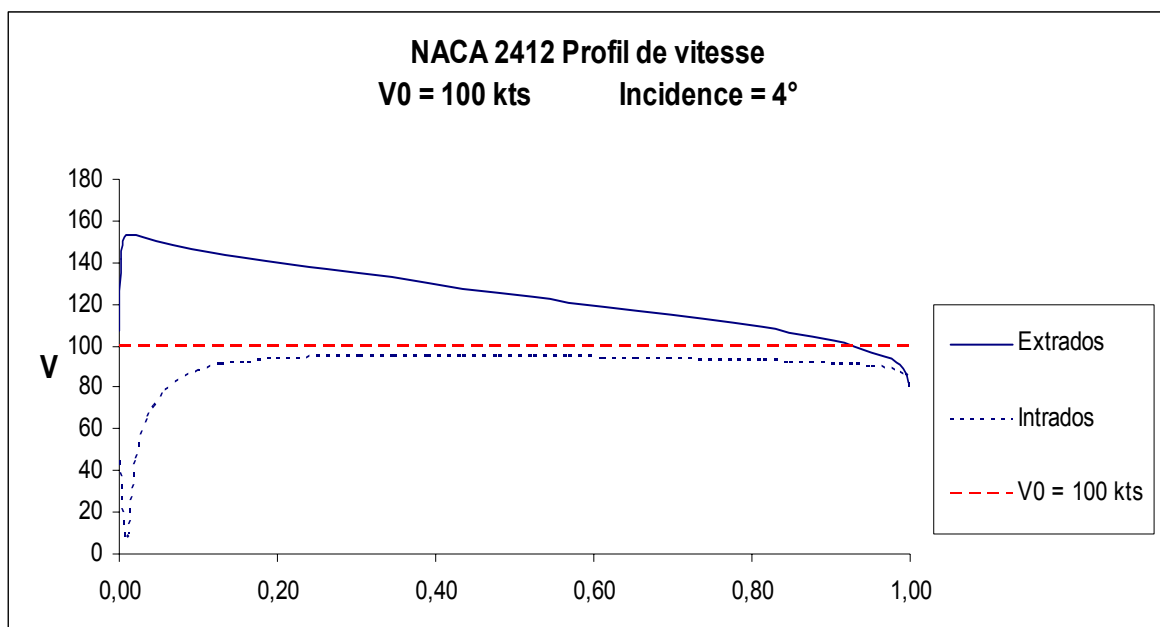


Figure 3

Sur l'intrados, on constate une diminution de la vitesse sur l'ensemble de la surface. La vitesse présente un point d'arrêt ( $V = 0$ ) situé très légèrement sous le bord d'attaque.

Sur l'extrados, l'air est accéléré (jusqu'à 155 kts très près du bord d'attaque).

L'annexe 2 présente les profils de vitesse pour différentes incidences. On constate que quand l'incidence augmente :

- la vitesse augmente sur l'extrados
- l'intrados voit les vitesses diminuer
- le point d'arrêt ( $V = 0$ ) recule sur l'intrados

### 3.1.2 Cas particulier : incidence de portance nulle

Un profil de vitesse particulier est celui correspondant à l'incidence de  $-2^\circ$ . L'intrados est soumis à une accélération de vitesse sur plus de 80 % de la corde. Cette incidence (exactement  $\alpha = -2,2^\circ$ ), comme nous le verrons plus bas, correspond à une portance de l'aile nulle ( $C_z = 0$ ).

## 3.2 Profil de pression sur l'extrados et l'intrados

### 3.2.1 Principe du calcul

A partir du profil de vitesse précédemment déterminé, il est possible de calculer la distribution de la pression sur l'extrados et l'intrados.

La pression sur l'extrados et l'intrados est calculée à partir de la vitesse en appliquant aux particules de fluide la loi de conservation de l'énergie, et plus particulièrement sa « version simplifiée » (plus connue sous l'appellation loi de Bernoulli):

$$P + 1/2 \rho V^2 = \text{constante} \quad (1)$$

avec :

**P**: pression statique (correspondant à l'énergie de pression)

$1/2 \rho V^2$ : pression dynamique (correspondant à l'énergie cinétique de la particule, de volume unitaire), dans laquelle:

- $\rho$ : masse volumique de l'air, supposée constante. Compte tenu des faibles vitesses rencontrées en aviation légère et malgré le fait que l'air est un fluide compressible, ceci constitue une bonne approximation.
- **V**: vitesse de la particule

Cette loi indique donc que, sur une même ligne de courant, supposée horizontale (énergie potentielle constante), sans variation de température (énergie thermique constante), l'énergie totale d'une particule fluide en mouvement est constante. On considère un fluide parfait (viscosité = 0), c'est à dire pas de perte d'énergie par frottement des particules d'air entre elles ou par contact avec la paroi de l'aile (parfois appelées "pertes de charge").

Par conséquent, quand la vitesse augmente sur une même ligne de courant, la pression statique diminue.

La figure 4 présente le profil de pression calculé à partir du profil de vitesse correspondant à  $\alpha = 4^\circ$  et pour les hypothèses suivantes

$$V_0 = 100 \text{ kts}$$

$$P_0 \text{ (pression de l'air loin de l'aile)} = 1013 \text{ hPa}$$

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

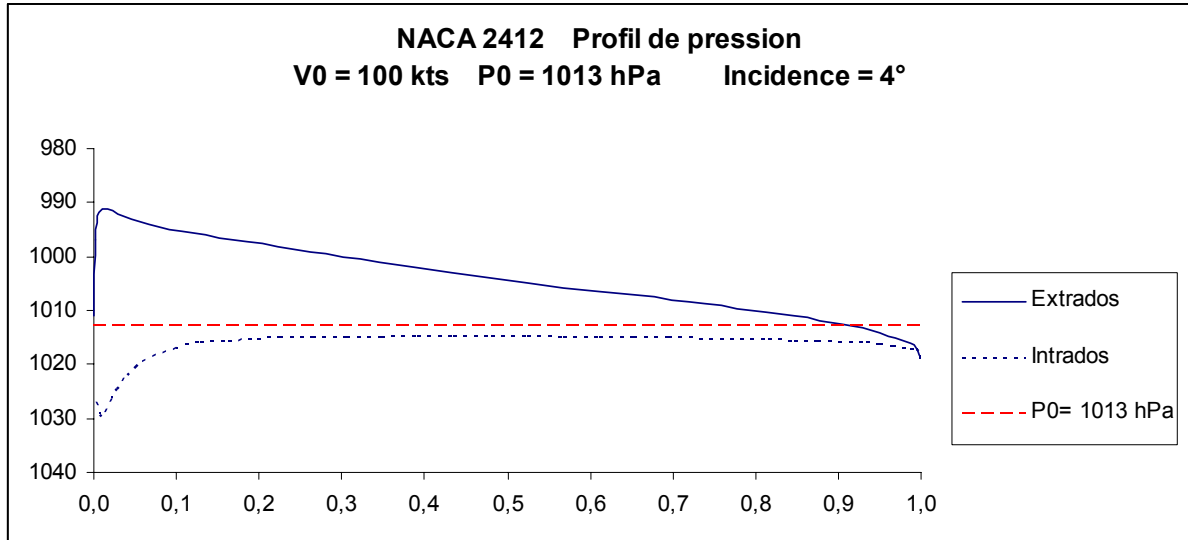


Figure 4

De façon générale, on retiendra que :

- les parties de l'aile où  $V < V_0$  des zones de surpression ( $P > P_0$ ),
- les parties de l'aile où  $V > V_0$  sont des zones de dépression ( $P < P_0$ ).

Dans le cas présent, la quasi-totalité de l'extrados est sujet à une dépression. L'intrados est lui, le siège d'une surpression sur l'intégralité de la surface.

Sur l'extrados, le champ de dépression conduit à l'établissement d'une force dont la composante verticale, orientée vers le haut, représente la portance due à l'extrados ( $Z_e$ ).

Sur l'intrados, le champ de surpression conduit à l'établissement d'une force dont la composante verticale, orientée également vers le haut, représente la portance due à l'intrados ( $Z_i$ ).

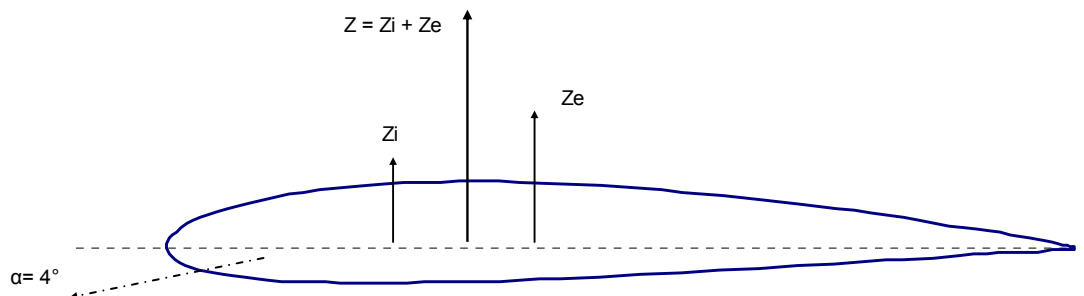


Figure 5



La portance totale de l'aile est  $Z = Z_e + Z_i$ . Voir figure 5.

Les forces  $Z_e$  et  $Z_i$  s'appliquent à des endroits différents, fonction de la répartition des pressions sur l'extrados et l'intrados. La résultante  $Z$  de ces deux forces s'applique, elle, à un point appelé **centre de poussée** de l'aile. Ceci est explicité au chapitre suivant.

### 3.2.2 Incidence de portance nulle

Quand l'incidence de l'aile diminue, la portance générée par l'intrados ( $Z_i$ ) peut devenir négative, c'est-à-dire orientée vers le bas ( $= -Z_i$ ). C'est le cas où le profil de vitesse sur l'intrados est tel que la vitesse  $V$  est globalement supérieure à  $V_0$ . L'intrados est alors le siège d'un champ de dépression.

Pour une certaine incidence, la force induite par la dépression à l'intrados est égale et opposée à la force de dépression à induite par l'extrados. On a alors  $Z = Z_e + (-Z_i) = 0$ .

Cette incidence est l'**incidence de portance nulle** ( $\alpha_0$ ). Elle est toujours négative pour un profil dissymétrique. La figure 6 présente le profil de pression pour l'incidence de portance nulle.

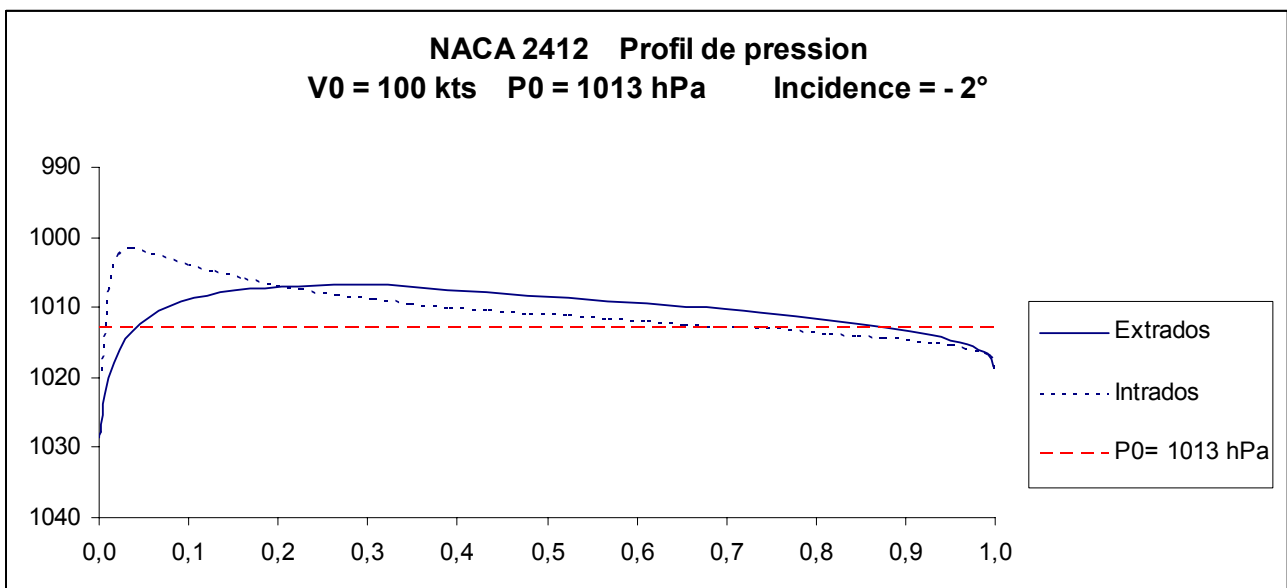


Figure 6. Profil de pression à l'incidence de portance nulle

La répartition des pressions sur l'extrados et l'intrados est telle que  $Z_e$  et  $Z_i$  ne s'appliquent pas au même point. Voir figure 7. Ces forces, égales et opposées, constituent donc un couple. On voit déjà à ce stade de l'étude que l'aile, bien que ne générant aucune portance, n'est pas dans un état d'équilibre car soumise à un **moment**. Ce moment est dit *piqueur* car il tend à diminuer l'incidence.

L'étude du moment des forces de portances est présentée au chapitre 6.

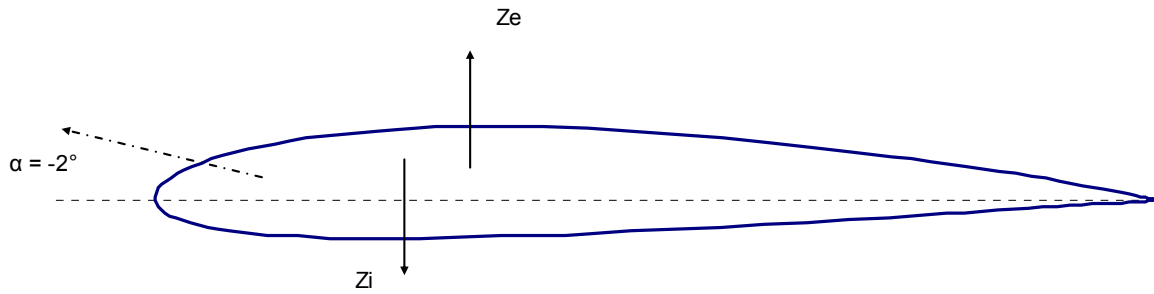


Figure 7. NACA 2412 Etat des forces à l'incidence de portance nulle

### 3.2.3 Cas particulier des profils symétriques

La répartition des pressions autour d'un profil symétrique diffère de celle d'un profil dissymétrique. La figure 8 montre cette répartition dans le cas du profil NACA 0012 avec  $V_0 = 100$  kts, et pour une incidence de  $4^\circ$ .

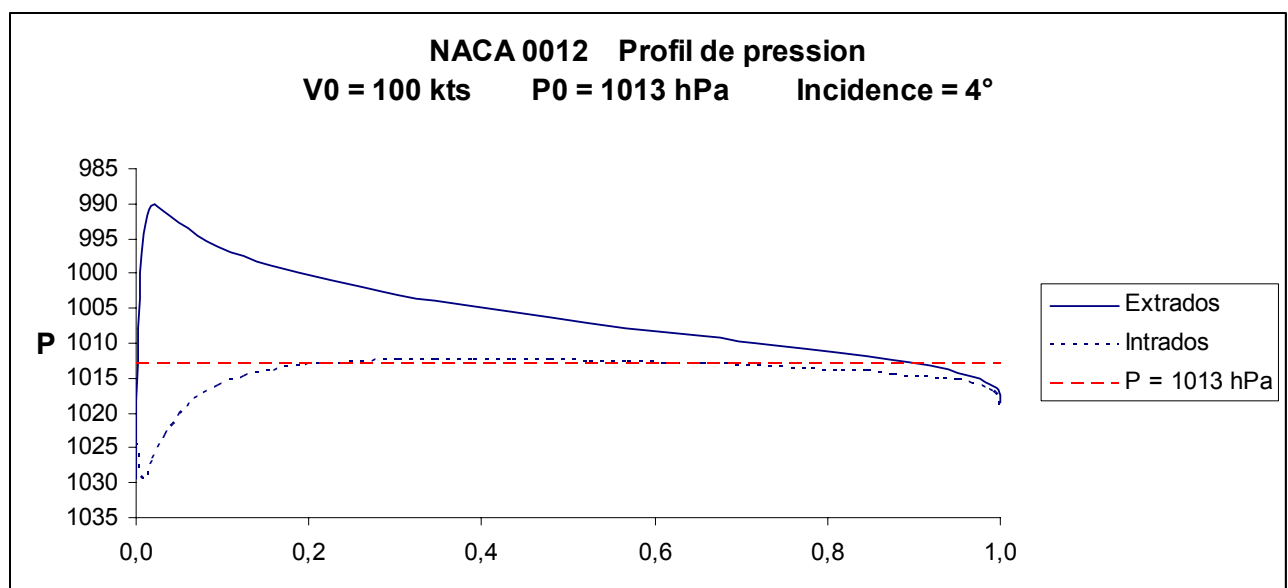


Figure 8

En raison de la symétrie, l'incidence de portance nulle est  $\alpha_0 = 0^\circ$ . Le profil de pression à cette incidence est identique sur l'intrados et l'extrados. Voir figure 9 (les courbes intrados et extrados sont confondues).

Cette symétrie des profils de pression fait que la résultante  $Z_e$  des forces de dépression sur l'extrados s'applique au même point que la résultante  $Z_i$  des forces de dépression sur l'intrados. A l'inverse des profils dissymétriques, il n'y a donc *aucun moment piqueur à cette incidence*. Voir figure 10.

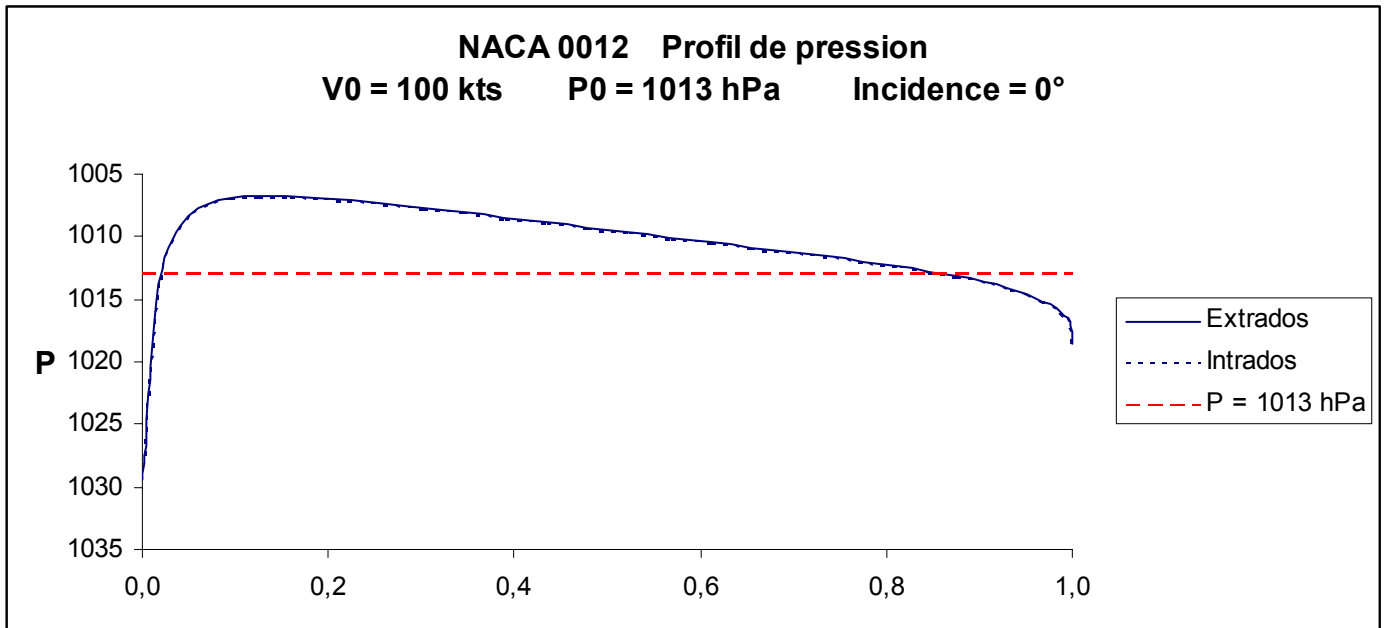


Figure 9. Profil de pression à l'incidence de portance nulle

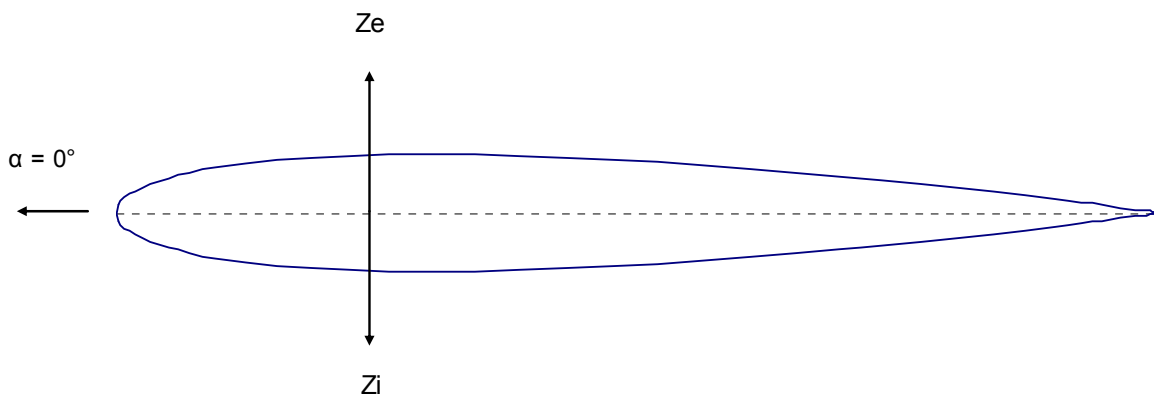


Figure 10. NACA 0012 Etat des forces à l'incidence de portance nulle

## 4 CENTRE DE POUSSEE

### 4.1 Calcul de la position du centre de poussée (ou centre de pression)

La distance du centre de poussée (point d'application de la résultante des forces de pression) par rapport au bord d'attaque est déterminée comme suit:

$$d = \left( \int p(x) \cdot dx \cdot x \right) / \left( \int p(x) \cdot dx \right) \quad (2)$$

où  $p(x)$  est la pression régnant sur une surface  $dS = dx \cdot 1$  située à une distance  $x$  du bord d'attaque et égale à la différence entre les pressions intrados et extrados :  $p(x) = p_i(x) - p_e(x)$ .

Le symbole  $\int$  représente l'intégrale (= somme) de la fonction  $p(x)$  ou  $p(x) \cdot x$  sur la totalité de la longueur de la corde ( $x$  variant de 0 à 1).

*Remarque* : le principe de ce calcul est le même que celui qui consiste à déterminer la position du centre de gravité lors de l'établissement du devis de masse et de centrage.

### 4.2 Centre de poussée pour un profil dissymétrique

La position du centre de poussée est définie par sa distance ( $d$ ) par rapport au bord d'attaque (A) de l'aile. Voir figure 11. La distance  $d$  est exprimée fraction de corde prise égale à 1.

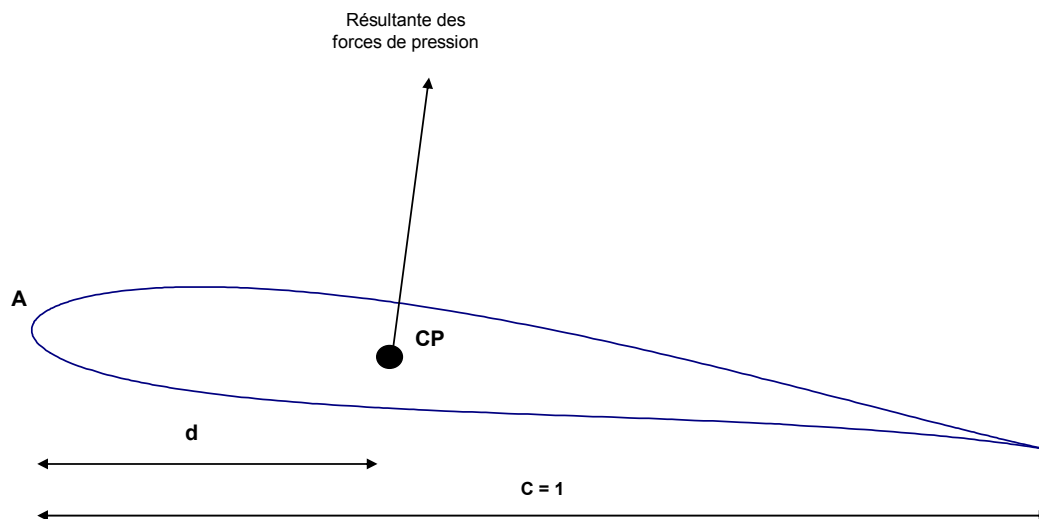


Figure 11

Le tableau 1 présente la position du centre de poussée pour le profil NACA 2412 pour différentes valeurs d'incidence.

$\alpha$ (°)	-2,2	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>d</b>	-	2,3	0,628	0,465	0,403	0,370	0,350	0,337	0,327	0,319	0,314	0,307	0,303	0,299

Tableau 1

On constate que lorsque l'incidence augmente, le centre de poussée se déplace vers le bord d'attaque. A l'inverse, quand l'incidence diminue, le centre de poussée recule vers le bord de fuite. La figure 12 représente la position du centre de poussée pour quelques valeurs d'incidence entre 0 et 10°.

*Remarque* : d'un point de vue purement mathématique, à l'incidence de portance nulle (ici  $\alpha_0 = -2,2^\circ$ ), le centre de poussée est rejeté en dehors de l'aile, à l'infini. Pratiquement, la notion de centre de poussée à l'incidence de portance nulle n'a plus de sens, puisque que la force s'y appliquant est nulle. Il est difficile d'imaginer où s'applique une force qui n'existe pas.....

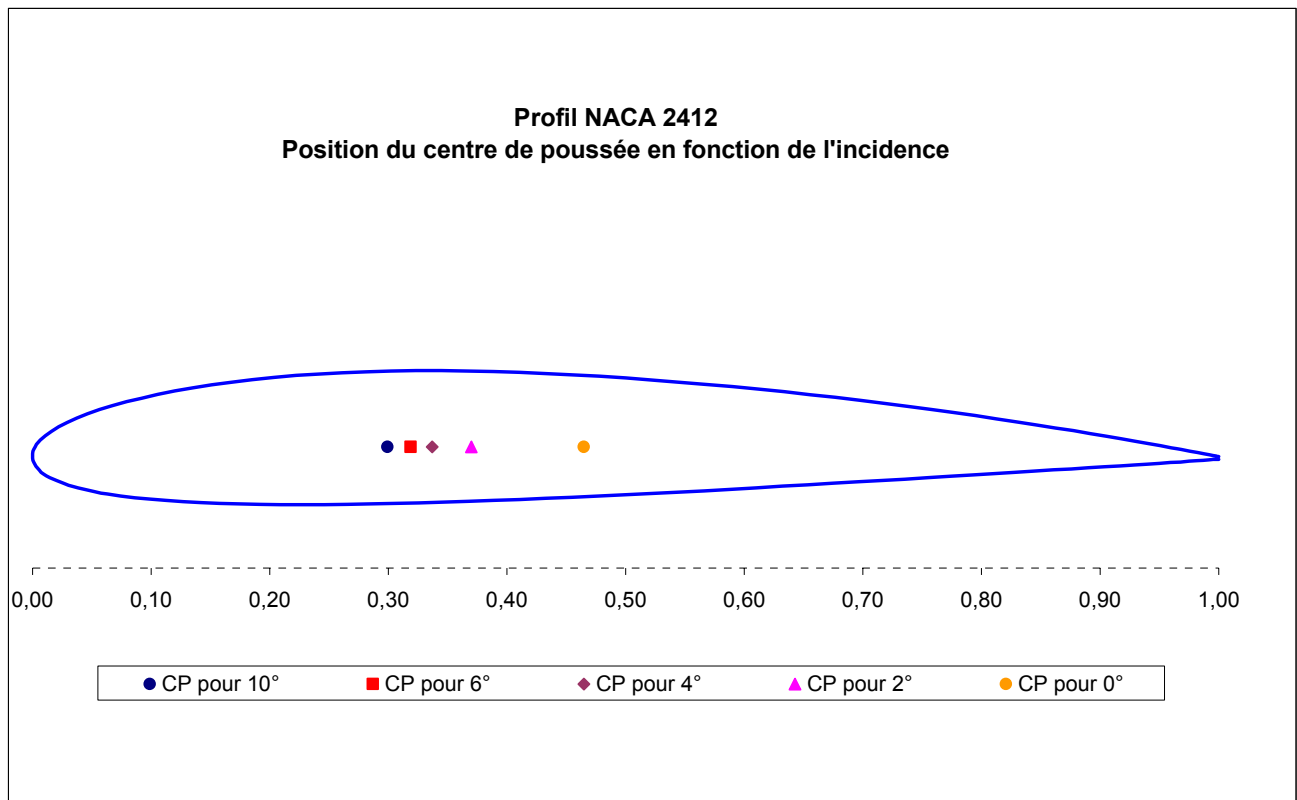


Figure 12

### 4.3 Centre de poussée pour un profil symétrique

Le profil des pressions sur l'extrados et l'intrados est telle que, quelque soit l'incidence, *le centre de poussée est fixe* et situé à une distance  $d$  égale à environ 0,25 (le calcul pour le profil NACA 0012, comme pour tout autre profil symétrique, indique 0,265).

Cette valeur de 0,25 est très souvent mentionnée dans la littérature.

**En résumé :**

**Le centre de poussée (CP) est le point d'application de la résultante des forces de pression/dépression générées par l'intrados et l'extrados de l'aile.**

**Pour un profil dissymétrique à courbure positive, le centre de poussée avance vers le bord d'attaque quand l'incidence de l'aile augmente. Inversement, il se déplace vers le bord de fuite quand l'incidence diminue.**

**Pour un profil symétrique, la position du centre de poussée est fixe quelque soit l'incidence. CP est situé à une distance égale à environ  $\frac{1}{4}$  de la longueur de la corde de profil.**

## 5 COEFFICIENT DE PORTANCE DE L'AILE

### 5.1 Rappel : expression de la force de portance

La force de portance d'une aile est exprimée par la relation suivante :

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z \quad \text{avec :} \quad (3)$$

$\rho$  : masse volumique de l'air

$S$  : surface de référence, à savoir la surface de l'aile

$V$  : vitesse de l'aile / air ou vitesse de l'air / aile

$C_z$  : coefficient de portance, qui dépend de l'incidence ( $\alpha$ ) de l'aile et de son allongement

### 5.2 Valeur de $C_z$ en fonction de l'incidence $\alpha$

#### 5.2.1 Aile d'allongement infini

Rappelons que l'allongement ( $\lambda$ ) d'une aile a pour valeur :

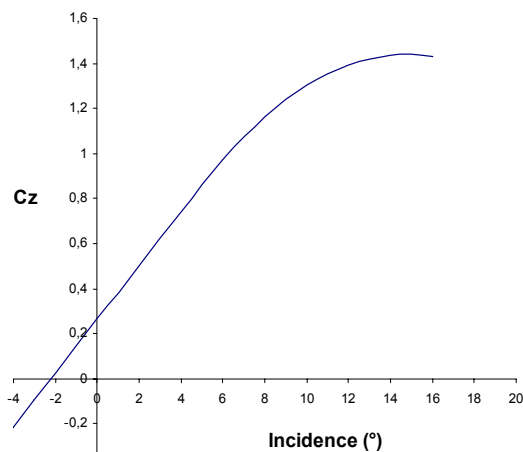
$$\lambda = B^2 / S \quad \text{avec :} \quad (4)$$

$B$  = envergure de l'aile

$S$  = surface de l'aile

La figure 13 montre la courbe  $C_z = f(\alpha)$  pour les profil NACA 2412 et NACA 0012. Ces courbes coupent l'axe des incidences à l'incidence de portance nulle ( $\alpha_0$ ), à savoir  $-2,2^\circ$  pour NACA 2412 et  $0^\circ$  pour NACA 0012.

**Profil NACA 2412**  
Coefficient de portance en fonction de l'incidence



**Profil NACA 0012**  
Coefficient de portance en fonction de l'incidence

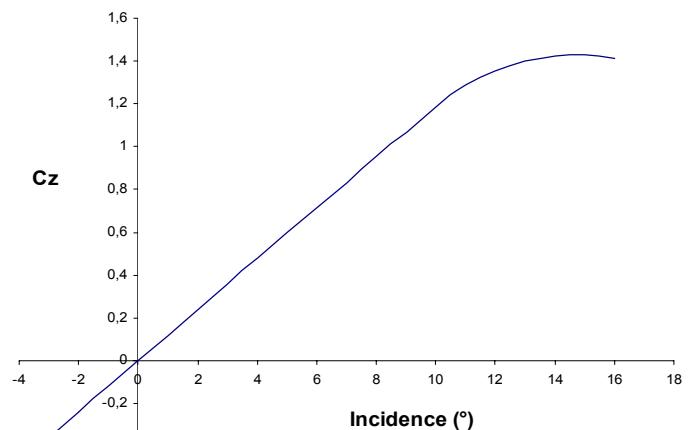


Figure 13

Dans sa partie linéaire, le coefficient de portance  $C_z$  peut être estimé par la formule suivante :

$$C_z = 2 \cdot \pi \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha - \alpha_0) \quad \text{avec :} \quad (5)$$

$\varepsilon$ : coefficient fonction principalement de l'épaisseur de l'aile. Pour un profil symétrique d'épaisseur relative  $E_r = 12\%$ ,  $\varepsilon$  est de l'ordre de 0,1.

$\alpha_0$ : angle de portance nulle. Il est négatif pour les profils dissymétriques à courbure positive. Plus la courbure augmente, plus  $\alpha_0$  décroît. Il est nul pour les profils symétriques.

### 5.2.2 Aile d'allongement fini

Le  $C_{z\lambda}$  d'une aile réelle, c'est-à-dire d'allongement fini, a pour valeur :

$$C_{z\lambda} = C_z / (1 + C_z / \pi \cdot \lambda) \quad (6)$$

$C_z$  est le coefficient de portance à allongement infini.



## 6 MOMENT DES FORCES DE PORTANCE

*Remarque préalable* : le centre de poussée (CP) est le point d'application de la force résultante de portance ( $Z$ ). Celle-ci est perpendiculaire à la trajectoire (direction du vent relatif). Pour l'expression du moment de la force de portance  $Z$ , et compte tenu des faibles valeurs de l'incidence, on considère ici par soucis de simplification que cette force  $Z$  est approximativement égale à sa composante sur un axe perpendiculaire à la corde de profil, comme l'indique la figure 14.

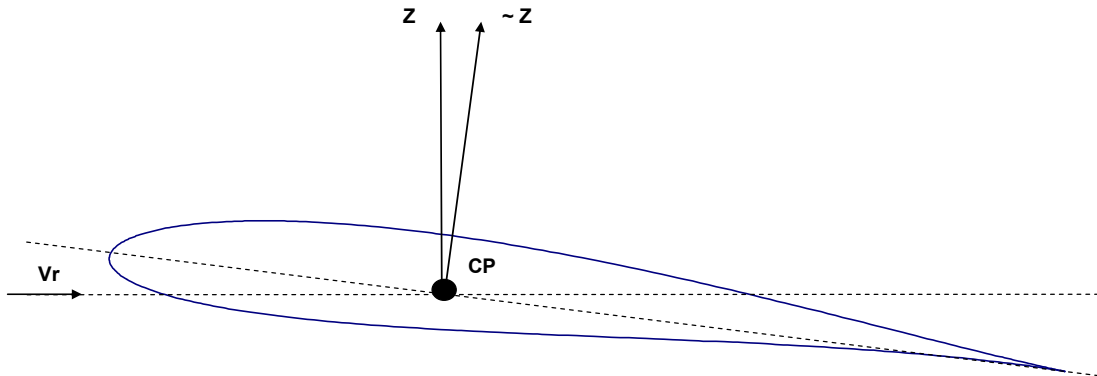


Figure 14

### 6.1 Moment de $Z$ par rapport à un point $X$ situé sur la corde de profil

Soit un point  $X$  situé à une distance  $x$  du bord d'attaque  $A$ . Voir figure 15.

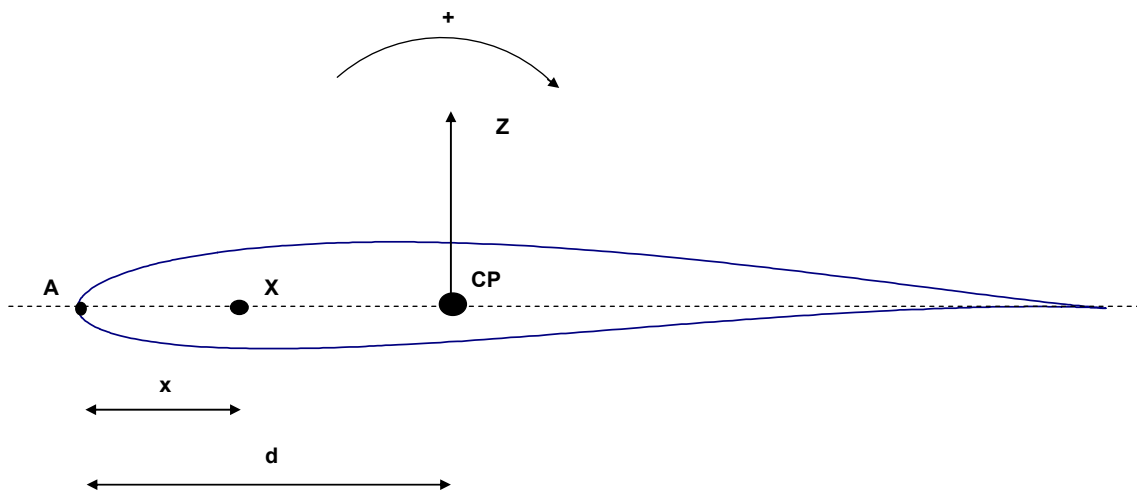


Figure 15

Le moment de la force de portance  $Z$  par rapport à ce point  $X$  est :

$$M_{z/X} = - Z \cdot (d - x)$$

*Note* : les moments sont des grandeurs algébriques et leur valeur absolue est par convention positive si le moment de la force entraîne une rotation dans le sens des aiguilles d'une montre. Elle est négative dans le cas contraire.

Puisque  $Z = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z$ , on obtient :

$$M_z/X = - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z \cdot (d - x) \quad (7)$$

## 6.2 Etude de la variation de $M_z$ en fonction de l'incidence

L'étude de la stabilité d'une aile en vol nécessite, outre ses caractéristiques de portance, à savoir le  $C_z$  en fonction de l'incidence et la position du centre de poussée en fonction de cette même incidence, de connaître comment la force de portance  $Z$  agit sur l'équilibre de l'aile. La connaissance du moment de  $Z$  par rapport à un point quelconque et sa variation quand l'incidence change sont donc indispensables.

L'équation (7) ci-dessus indique la valeur de ce moment par rapport à un point  $X$ . L'inconvénient de cette formulation est que, quand l'incidence ( $\alpha$ ) varie, ce sont deux paramètres de cette équation qui sont modifiés, à savoir:

- $C_z$  qui augmente
- $CP$  qui avance, donc  $d$  qui diminue

Ceci fait que l'étude de la variation du moment à partir de cette formule est quelque peu compliquée.

## 6.3 Coefficient de moment

Pour ramener la variation du moment à la variation d'un seul paramètre, on présente le moment de la façon suivante

$$\boxed{M_z/X = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{mx} \cdot c} \quad \text{avec :} \quad (8)$$

$c$  : longueur de la corde de profil = constante

$C_{mx}$  : coefficient de moment caractéristique de l'aile

A l'image du  $C_z$  et du  $C_x$  (coefficient de traînée), on caractérise donc le comportement de l'aile en tangage par un 3<sup>ème</sup> coefficient, qui, comme les deux précédents, est fonction de l'incidence.

Par égalisation des équations 7 et 8, on tire :

$$C_{mx} = - C_z \cdot (d - x) / c \quad (9)$$

*Remarque* : la relation ci-dessus entre  $C_{mx}$ ,  $C_z$  et  $d$  n'est valable que pour des valeurs de  $C_z$  correspondants à des incidences usuelles du domaine de vol. En particulier, quand  $C_z$  tend vers 0 (c'est-à-dire quand on se rapproche de l'incidence de portance nulle  $\alpha_0$ ),  $d$  tend vers l'infini (voir chapitre 4.2). Le produit  $C_z \cdot d$  devient donc physiquement difficile à déterminer.

Quand  $x = d$ ,  $C_{mx} = 0$ . Effectivement, le moment de  $Z$  par rapport à son point d'application ( $CP$ ) est nul.

Comme pour le  $C_z$  et  $C_x$ ,  $C_m$  est déterminé expérimentalement, en soufflerie.

## 7 FOYER DE L'AILE

### 7.1 Mise en évidence

Rappelons que le moment de la force de portance  $Z$  par rapport à un point  $X$  est :

$$M_{z/X} = - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z \cdot (d - x)$$

où  $d$  est la distance du centre de poussée par rapport au bord d'attaque.

Il est intéressant de calculer  $M_{z/X}$ , pour différentes incidences et pour différentes valeurs de  $x$ .

Pour une même aile évoluant dans un même milieu à la même vitesse,  $M_{z/X}$  est directement proportionnel à  $C_z \cdot (d - x)$ . Le tableau 2 indique la valeur du produit  $C_z \cdot (d - x)$  pour le profil NACA 2412, pour des valeurs de  $x$  comprises entre 0 et 0,3.

Incidence	Cz	d	Cz . (d-x)				
			x = 0	x = 0,1	x = 0,2	x = 0,26	x = 0,3
-2	0,026	2,30	0,06	0,06	0,05	<b>0,05</b>	0,05
-1	0,145	0,63	0,09	0,08	0,06	<b>0,05</b>	0,05
0	0,265	0,46	0,12	0,10	0,07	<b>0,05</b>	0,04
1	0,384	0,40	0,15	0,12	0,08	<b>0,05</b>	0,04
2	0,504	0,37	0,19	0,14	0,09	<b>0,05</b>	0,04
3	0,623	0,35	0,22	0,16	0,09	<b>0,05</b>	0,03
4	0,742	0,34	0,25	0,18	0,10	<b>0,05</b>	0,03
5	0,861	0,33	0,28	0,20	0,11	<b>0,05</b>	0,02
6	0,974	0,32	0,31	0,21	0,12	<b>0,05</b>	0,02
7	1,075	0,31	0,34	0,23	0,12	<b>0,05</b>	0,02

Tableau 2

Pour  $x = 0$  (bord d'attaque A), on constate que le produit  $C_z \cdot (d-x)$ , et donc  $M_z$ , augmente avec l'incidence.

Pour  $x = 0,1$ ,  $M_z$  augmente toujours avec l'incidence, mais de façon moindre.

Pour  $x = 0,2$ , la variation de  $M_z$  avec l'incidence est encore plus faible.

A la valeur  $x = 0,26$ , on constate que le produit  $C_z \cdot (d-x)$ , et donc  $M_z$ , reste constant quelque soit l'incidence.

→ Le point  $X$  correspondant est appelé le **foyer de l'aile en tangage**

(On précise ici « foyer en tangage » car on peut définir également un foyer en lacet, lors de l'étude de la stabilité autour de l'axe de lacet, mais ceci est une autre étude).

Le calcul effectué ici fait apparaître que le foyer est à  $x = 0,26$ . Cette position est approximativement la même pour tous les profils d'aile dissymétrique ou symétrique.

La valeur de **0,25** est habituellement mentionnée dans les différents ouvrages. Par souci de cohérence, on retiendra cette valeur de 0,25 (1/4 de la corde) dans ce document.

*Remarque* : cette position du foyer situé à 0,25c concerne les profils d'aile subsoniques. En supersonique, le foyer se situe aux environs de 0,50 c.

## 7.2 Coefficient de moment au foyer

Comme pour n'importe quel point, on peut définir un coefficient de moment de Z par rapport au foyer de l'aile (désigné F) :

$$Mz/F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{mf} \cdot c \quad (8)$$

**$C_{mf}$  est constant quelque soit l'incidence, et est donc une caractéristique importante de l'aile.**

**En résumé :**

**Le foyer d'une aile est le point fixe par rapport auquel le moment des forces de portance (et donc le coefficient de moment  $C_m$ ) est constant quelque soit l'incidence.**

**Par rapport au bord d'attaque, et pour les profils subsoniques, le foyer se situe à une distance égale à environ  $\frac{1}{4}$  de la longueur de la corde de profil.**

## 8 RELATIONS PARTICULIERES

### 8.1 Relation entre $C_{mx}$ , $C_{mf}$ , $C_z$

Il est utile de connaître la relation entre le coefficient de moment par rapport à un point quelconque X et le coefficient de moment par rapport au foyer, quand  $C_z$ , et donc l'incidence, varie.

Considérons la figure 16 sur laquelle ont été reportés les différents points caractéristiques avec leur distance par rapport au bord d'attaque A.

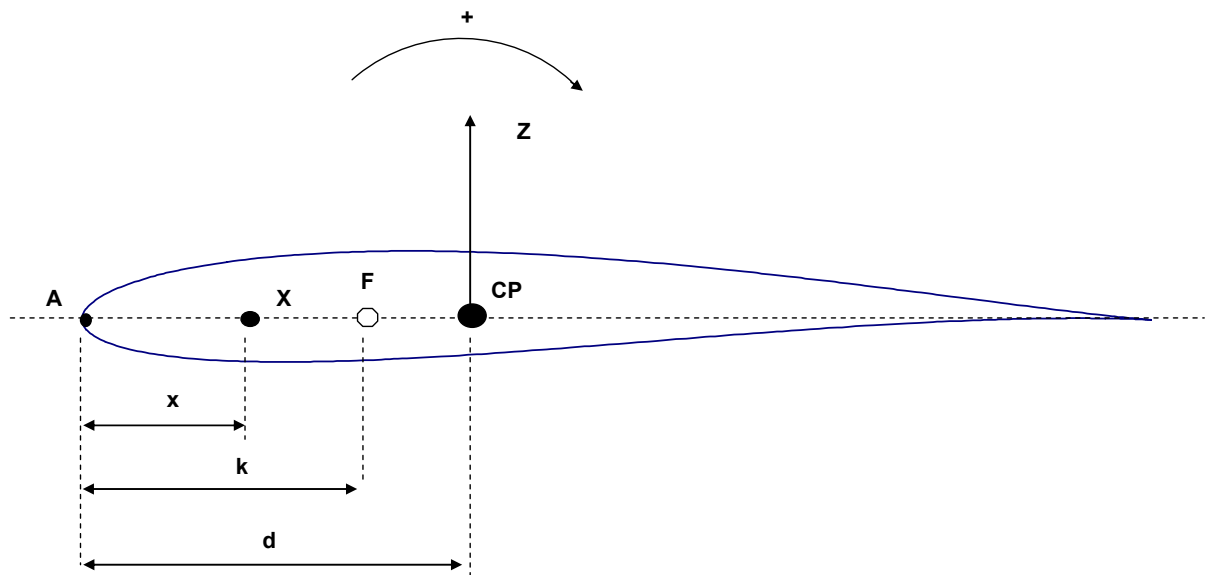


Figure 16

Le moment de Z par rapport à X est :

$M_{z/X} = -Z \cdot (d - x)$ , ce qui peut s'écrire, en introduisant k :

$$M_{z/X} = -Z \cdot (d - k) - Z \cdot (k - x) \quad (9)$$

Or :

- $M_{z/X}$  peut également s'écrire, en introduisant le coefficient de moment  $C_{mx}$  :

$$M_{z/X} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{mx} \cdot c$$

- $-Z \cdot (d - k)$  est le moment par rapport au foyer qui peut également s'écrire, en introduisant le coefficient de moment  $C_{mf}$  :

$$-Z \cdot (d - k) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{mf} \cdot c$$

$$\blacksquare Z = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z$$

Compte - tenu de ce qui précède, l'équation (9) devient :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{mx} \cdot c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_{mf} \cdot c - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_z \cdot (k - x)$$

Soit, après simplification, et sachant que  $c = 1$ , on obtient :

$$\boxed{C_{mx} = C_{mf} - C_z \cdot (k - x)} \quad (10)$$

### 8.1.1 Coefficient de moment à l'incidence de portance nulle

Soit  $C_{m0}$  le coefficient de moment à l'incidence de portance nulle. Quand  $C_z = 0$  et quel que soit la valeur de  $x$ , la relation 10 devient :

$$C_{m0} = C_{mf}$$

→ A l'incidence de portance nulle, le coefficient de moment par rapport à n'importe quel point X et nommé  $C_{m0}$  est égal au coefficient de moment par rapport au foyer.

On peut alors écrire l'équation (10) comme suit :

$$\boxed{C_{mx} = C_{m0} - C_z \cdot (k - x)} \quad (11)$$

Rappel:  $k =$  distance du foyer / bord d'attaque soit  $\sim 0,25$

### 8.1.2 Coefficient de moment par rapport au bord d'attaque

Il est courant de caractériser une aile par son coefficient de moment par rapport au bord d'attaque. Soit  $C_{mA}$  ce coefficient. Dans ce cas, on a  $x = 0$ . On obtient alors :

$$\boxed{C_{mA} = C_{m0} - C_z \cdot k} \quad (12)$$

En représentation graphique de  $C_{mA} = f(C_z)$ , et dans le domaine des incidences usuelles, la relation ci-dessus est une droite dont la pente est  $-k$ .

$C_z$  étant aussi, dans le même domaine d'incidences, fonction linéaire de l'incidence, on peut alors tracer une droite représentant la variation de  $C_{mA}$  en fonction de  $\alpha$ , comme montré dans le cas du profil NACA 2412 ci-après.

### 8.1.3 Profil NACA 2412 – Courbe $C_{mA} = F(\alpha)$

Le tableau 3 présente les valeurs de  $C_{mA}$  calculées pour différentes valeurs d'incidence, par la formule :

$$C_{mA} = C_{m0} - C_z \cdot k \quad \text{avec } k \text{ pris égal à } 0,25$$

Incidence (°)	Cz	CmA
-5	-0,332	0,030
-4	-0,213	0,000
-3	-0,094	-0,030
-2,2	0,002	-0,054
-2	0,026	-0,060
-1	0,145	-0,089
0	0,265	-0,119
1	0,384	-0,149
2	0,504	-0,179
3	0,623	-0,209
4	0,742	-0,239
5	0,861	-0,268
6	0,974	-0,297
7	1,075	-0,322

Tableau 3

Pour ce profil, le coefficient de moment à l'incidence de portance nulle est  $Cm_0 = -0,054$  (négatif car induisant un moment piqueur).

On note également que pour une incidence de  $-4^\circ$ , le coefficient de moment est  $= 0$ . Cette incidence est appelée incidence d'équilibre ( $\alpha_e$ ) par rapport au point A.

La figure 17 montre les différents points caractéristiques sur la courbe  $CmA = f(\alpha)$ .

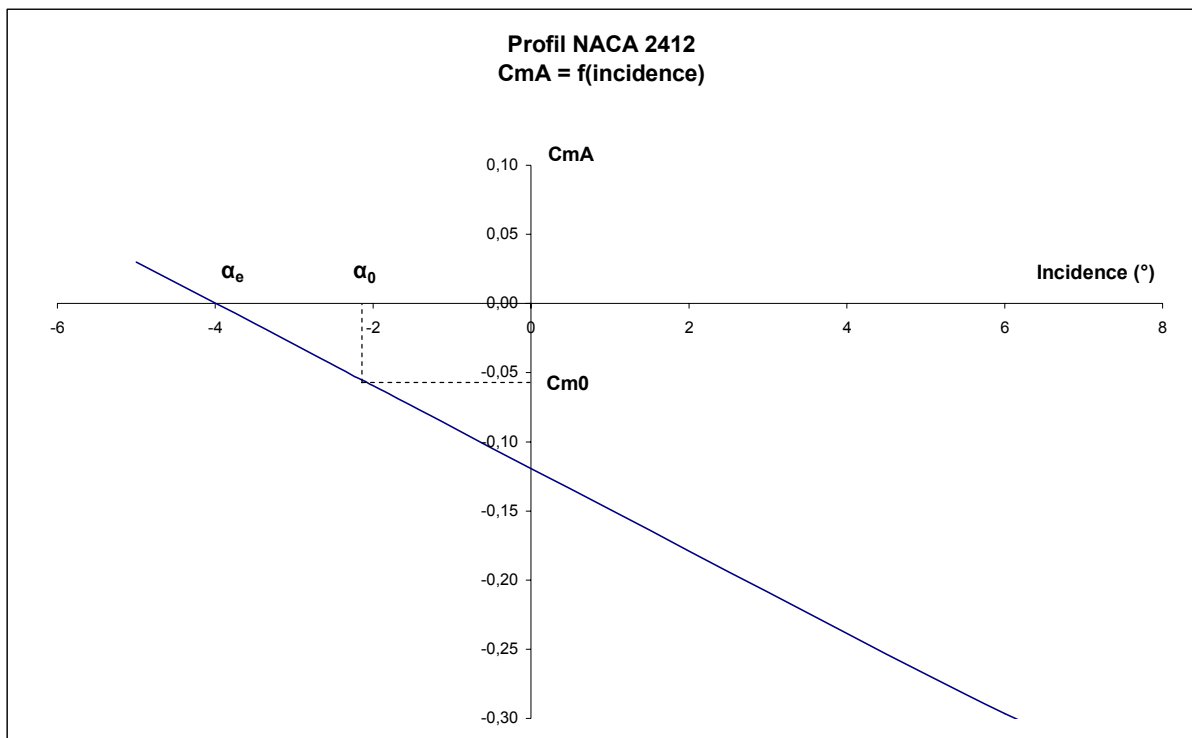


Figure 17

## 8.2 Relation entre la position du centre de poussée, $C_z$ et $C_{m0}$

D'après l'équation (9), on a  $C_{mx} = -C_z \cdot (d - x) / c$

Par rapport au bord d'attaque, la relation devient ( $x = 0$ ) :

$$\boxed{C_{mA} = -C_z \cdot d / c} \quad (13)$$

En substituant  $C_{mA}$  dans l'équation (12), et en se rappelant que  $c = 1$ , on obtient :

$C_{m0} - C_z \cdot k = -C_z \cdot d$ , ce qui donne finalement :

$$\boxed{d = k - C_{m0} / C_z} \quad (14)$$

On confirme donc ce qui a été vu au chapitre 4, en se rappelant que  $C_{m0}$  est négatif :

- quand  $C_z$  diminue,  $d$  augmente, c'est-à-dire CP recule
- quand  $C_z$  augmente,  $d$  diminue et tend vers  $k$  donc CP avance vers le foyer
- pour  $C_z \rightarrow 0$ ,  $d \rightarrow \infty$

Pour  $C_{m0} = 0$  (profil symétrique),  $d = k$  (avec  $k \sim 0,25$ ), quelque soit  $C_z$ . Donc CP est au foyer, indépendamment de l'incidence.

*Remarque* : une aile possédant un  $C_{m0}$  positif réagirait inversement en cas de variation d'incidence. En particulier, quand  $C_z$  augmente, le CP reculerait vers le bord de fuite.

Nous verrons plus bas qu'une telle aile montre seule une stabilité (profil « auto stable »), à l'inverse de l'aile habituelle qui, elle, présente un  $C_{m0} < 0$ .

## 8.3 Exemples

L'annexe 3 montre quelques profils d'aile de formes différentes avec les valeurs de  $C_{m0}$ , de courbure relative ( $C_r$ ) et d'angle de portance nulle ( $\alpha_0$ ).

**En résumé :**

**Le coefficient de moment des forces de portance par rapport au foyer ( $C_{mf}$ ) est constant et égal au coefficient de moment (par rapport à n'importe quel point) à portance nulle ( $C_{m0}$ ).**

**$C_{m0}$  est négatif pour un profil dissymétrique à courbure positive.**

**$C_{m0}$  est nulle pour un profil symétrique**



## 9 STABILITE DE L'AILE SEULE

### 9.1 Rappel sur la notion d'équilibre

#### 9.1.1 Equilibre d'un corps

Un corps est en équilibre quand les conditions suivantes sont réunies :

- somme des forces s'y appliquant = 0
- somme des moments de ces forces (par rapport à n'importe quel point) = 0

Les conditions ci-dessus sont également rencontrées lorsque ce corps se déplace sur une trajectoire rectiligne, à vitesse constante.

Ce sera le cas ici concernant le déplacement d'une aile (ou de l'avion complet) sur une trajectoire rectiligne (palier, montée, descente) sur laquelle la vitesse est constante.

Les corps étant tous « pesant », la première force s'y appliquant est le poids, le point d'application étant le centre de gravité (G). Cette force est toujours présente.

La condition d'équilibre, en particulier la non rotation de ce corps autour de son centre de gravité impose donc que le moment par rapport à G des autres forces s'y appliquant soit nul.

$$\rightarrow \sum M_F / G = 0$$

#### 9.1.2 Notion d'équilibre stable

Un corps est en équilibre stable quand, écarté de sa position initiale par une perturbation extérieure (force de courte durée), il y revient. La rapidité avec laquelle il reprend sa position initiale caractérise la qualité de la stabilité.

Il sera en équilibre instable dans le cas contraire.

### 9.2 Cas de l'aile seule (de type profil dissymétrique à courbure positive)

On s'intéresse ici à la **stabilité longitudinale**, c'est-à-dire le comportement de l'avion autour de son axe de tangage.

Considérons une aile seule sur une trajectoire rectiligne à vitesse constante. En « oubliant » les forces de traction et de traînée, comme ce qui a été fait jusqu'à maintenant, les forces s'y appliquant sont :

- le poids P appliqué au centre de gravité G
- la portance Z appliquée au centre de poussée CP

Les conditions pour assurer l'équilibre sont :

- $Z = P$

$$- \sum M_Z / G = 0$$

Ceci oblige donc à positionner le centre de gravité G au centre de poussée CP.

En supposant que ceci soit techniquement réalisable, il faut maintenant vérifier qu'en cas de perturbation extérieure, conduisant à une rotation de l'aile autour de G, elle puisse revenir à sa position initiale quand la perturbation cesse.

Considérons l'aile en mouvement ( $V = \text{cte}$ ) en palier, en air calme, avec une incidence initiale créant une force de portance Z, égale au poids et dont CP est confondu avec le centre de gravité G.

Survient une turbulence créant une augmentation brutale de l'incidence (donc une rotation autour de G). Voir figure 18.

- l'incidence passe de à  $\alpha$  à  $\alpha + \Delta\alpha$
- par conséquent, Z devient  $Z + \Delta Z$
- mais surtout, CP se déplace vers l'avant (caractéristique de l'aile présentant  $Cm_0 < 0$ )

Le résultat est que la nouvelle portance  $Z + \Delta Z$  crée un moment positif par rapport à G (moment cabreur), ce qui a pour effet d'augmenter encore l'incidence.

→ Le système est donc **instable**

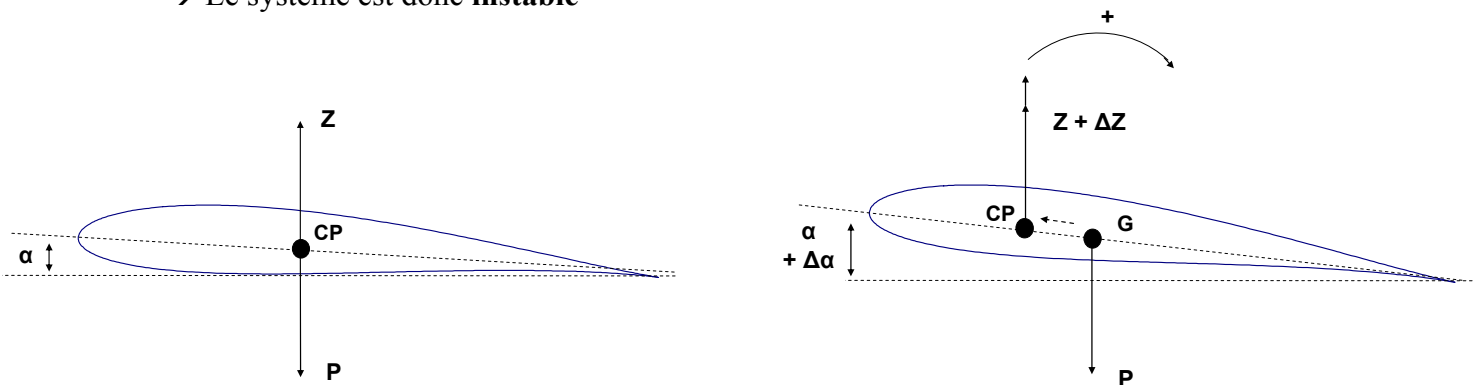


Figure 18 Instabilité de l'aile seule

On obtient la même conclusion en considérant une perturbation conduisant à une diminution instantanée de l'incidence :

- l'incidence passe de à  $\alpha$  à  $\alpha - \Delta\alpha$
- par conséquent, Z devient  $Z - \Delta Z$
- mais dans ce cas, CP se déplace vers l'arrière, ce qui entraîne un moment négatif de  $Z - \Delta Z$  par rapport à G (moment piqueur) et contribue à diminuer encore plus l'incidence

**Ce type d'aile ne peut donc être utilisée seule.**

### 9.3 Création d'un équilibre stable

En reprenant le raisonnement précédent, une aile stable est une aile dont le centre de poussée recule quand l'incidence augmente.

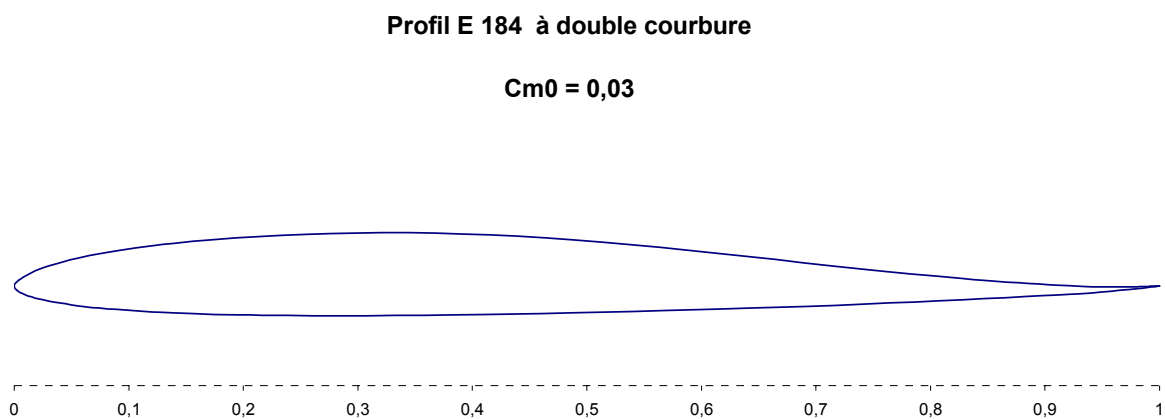
→ C'est donc une aile dont  $C_{m0}$  est positif, présentant par conséquent un foyer situé à l'arrière du centre de poussée.

#### 9.3.1 Profil auto stable

Pour créer une telle aile, il faut modifier la courbure globale du profil en ajoutant à l'arrière une partie courbée négativement.

$C_{m0}$  devient alors  $>0$ .

Ce type de profil est appelé aile à double courbure et utilisé, entre autres, pour les ailes volantes. Voir exemple en figure 19.



*Figure 19*

#### 9.3.2 Ajout d'un stabilisateur

La solution la plus répandue consiste à utiliser une aile traditionnelle, type profil dissymétrique à courbure positive mais d'ajouter sur l'avion une autre surface (« aile secondaire »), à une certaine distance et qui va faire que le système aile + « aile secondaire » se comporte comme un système auto stable, c'est-à-dire présentant  $C_{m0} > 0$ .

Cette aile secondaire est donc le **stabilisateur** qui se trouve en général à l'arrière de l'aile mais peut également être positionné à l'avant de l'appareil (formule appelée « canard »).

Le stabilisateur est abordé dans le chapitre suivant.

## 10 AJOUT D'UN STABILISATEUR

### 10.1 Profil du stabilisateur (empennage horizontal)

L'ajout d'une surface à l'arrière de l'appareil assure :

- la stabilisation du système,
- les changements de trajectoires par modification, à la demande du pilote, de l'angle d'incidence de ce profil, qui joue alors de *gouverne de profondeur*. On parle aussi de « plan de profondeur ».

Le profil utilisé est de type symétrique.

Une conséquence de l'utilisation d'un profil symétrique pour la réalisation du stabilisateur est que le centre de poussée CPs du stabilisateur est fixe (et situé au foyer  $F_s$  du stabilisateur), lorsque l'on braque dans un sens ou dans un autre cette gouverne.

### 10.2 Existence d'un foyer global ou foyer avion

Comme pour l'aile, le foyer dont on parle ici est le foyer en tangage.

Le profil d'aile du stabilisateur possède un foyer ( $F_s$ ). L'ajout de ce système entraîne donc la création d'un « foyer global » ou « foyer avion », noté ici  $F_a$ , qui se trouve situé entre le foyer de l'aile ( $F$ ) et le foyer du stabilisateur. En raison de la plus faible surface du stabilisateur,  $F_a$  est plus près de  $F$  que de  $F_s$ .

Voir figure 20.

*Remarque* : le fuselage de l'avion, possède lui aussi un foyer qui participe à la position finale du foyer de l'avion. Par souci de simplification, on néglige ici la contribution du fuselage.

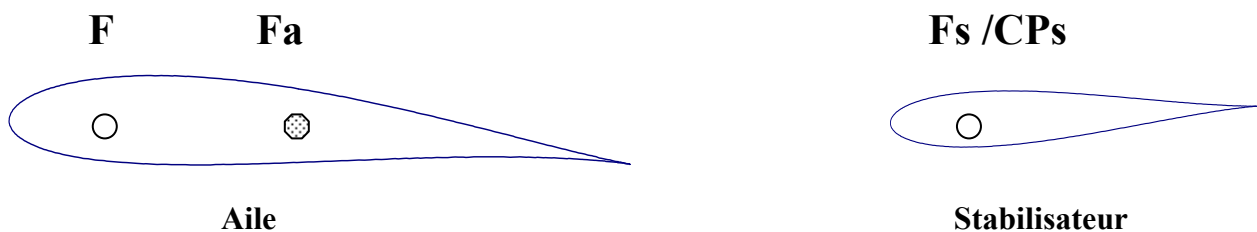


Figure 20

***A l'image du foyer de l'aile, le foyer de l'avion est le point par rapport auquel le moment des forces de portance (aile + stabilisateur + fuselage) est constant quelque soit l'incidence.***

### 10.3 Etat des forces du système

La conception de la majorité des avions est telle que les différentes forces s'appliquent, en régime de vol de croisière, suivant le schéma présenté en figure 21.

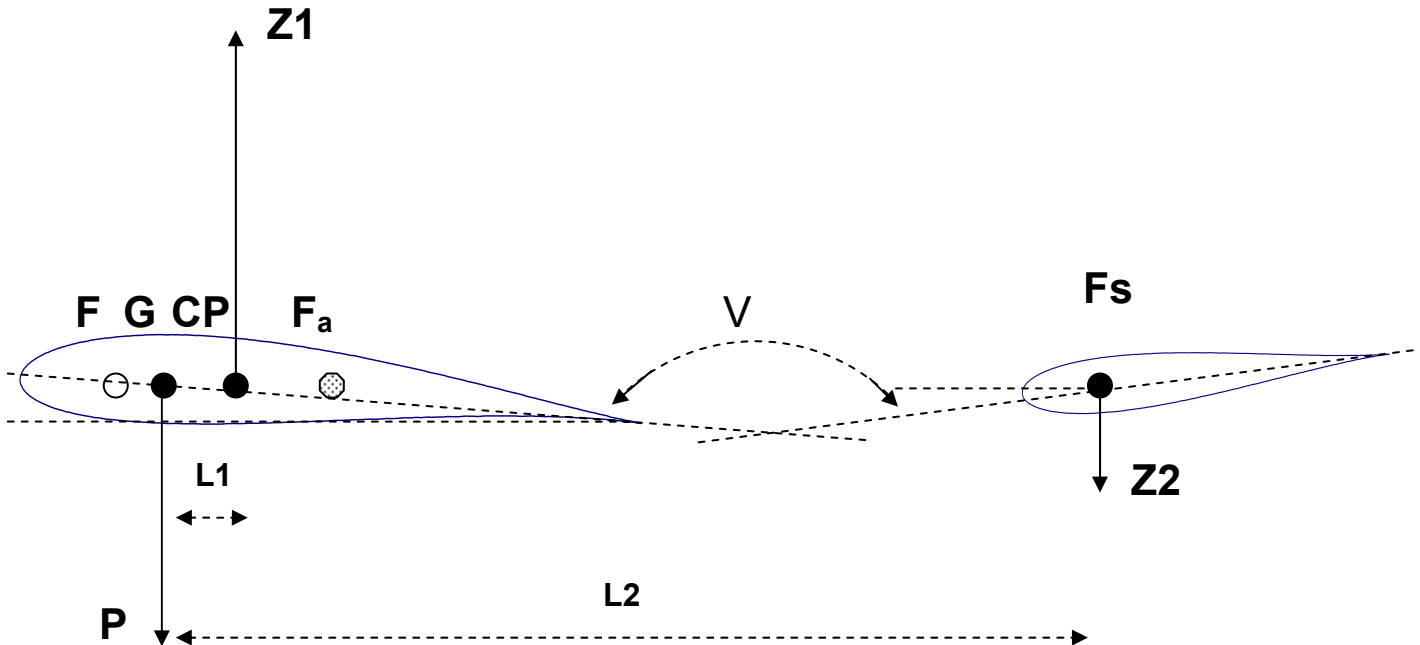


Figure 21

Le poids  $P$  est évidemment appliqué au centre de gravité  $G$ . Celui-ci est situé en avant du centre de poussée de l'aile  $CP$ .

La portance de l'aile  $Z1$  est appliquée au centre de poussée de l'aile.

La portance  $Z2$  est appliquée au centre de poussée  $Fs$  du stabilisateur qui est également le foyer puisque le profil est symétrique. Afin d'assurer l'équilibre, la force de  $Z2$  est dirigée vers le bas. On parle alors de force de « déportance ».

→ Pour créer cette force orientée vers le bas, *l'incidence du stabilisateur est donc négative.*

*Remarque* : on imagine que, dans le cas d'une position plus arrière du centre de gravité et/ou d'un  $CP$  plus en avant (vol à vitesse faible c'est-à-dire à incidence forte),  $G$  se retrouve en arrière de  $CP$ . Dans ce cas, le plan arrière devient porteur ( $Z2$  orienté vers le haut).

Les conditions d'équilibre sont ( $P$ ,  $Z1$  et  $Z2$  sont les *modules* des vecteurs) :

$$\text{Equilibre des forces : } P = Z1 - Z2$$

$$\text{Equilibre des moments : } M_{Z1/G} + M_{Z2/G} + M_{P/G} = 0 \quad \text{soit} \quad L2 \cdot Z2 - Z1 \cdot L1 = 0$$

$$(M_{P/G} = 0)$$

(Rappelons que les moments sont comptés positif quant ils entraînent une rotation vers la droite. Ils sont alors « cabreurs »).

$M_{Z1}/G$  est donc piqueur et  $M_{Z2}/G$  est cabreur.

#### 10.4 Angle formé par les cordes de profil

L'angle formé par les cordes de profils de l'aile et du plan de profondeur ( $V$ ) est parfois appelé le «  $V$  longitudinal ». Quand la distance  $L1$  diminue, le couple piqueur généré par la portance  $Z1$  est plus faible, donc le couple cabreur nécessaire à l'équilibre est également plus faible.

Ce qui signifie que l'angle d'incidence du plan de profondeur est plus faible (en valeur absolue). L'angle  $V$  est donc plus grand.

La traînée globale de l'avion diminue, ce qui fait qu'un avion dont le centre de gravité est reculé montre une consommation plus faible. Sur les avions commerciaux, on s'efforce donc de ne pas avoir un centre de gravité trop en avant, pour réduire les coûts de carburant.

Beaucoup appareils sont même équipés d'un système automatique de transfert du carburant des réservoirs avant vers un réservoir arrière, pendant les phases de vol de croisière, afin de maintenir une position de  $G$  reculée.

#### 10.5 Centre de poussée de l'avion

Dans le cas de l'avion complet, le centre de poussée (CPa) est le point d'application de la résultante des forces de portance.

La résultante des forces, dans la configuration ci-dessus est  $Z = Z1 - Z2$ . (Elle serait  $Z = Z1 + Z2$  si le plan était porteur, cas où  $G$  est situé entre CP et  $F_s$ ).

Le point d'application CPa de cette résultante est le point par rapport auquel la somme du moment des forces est nulle.

Le point  $G$  (centre de gravité) est donc ce centre de poussée. Voir figure 22.

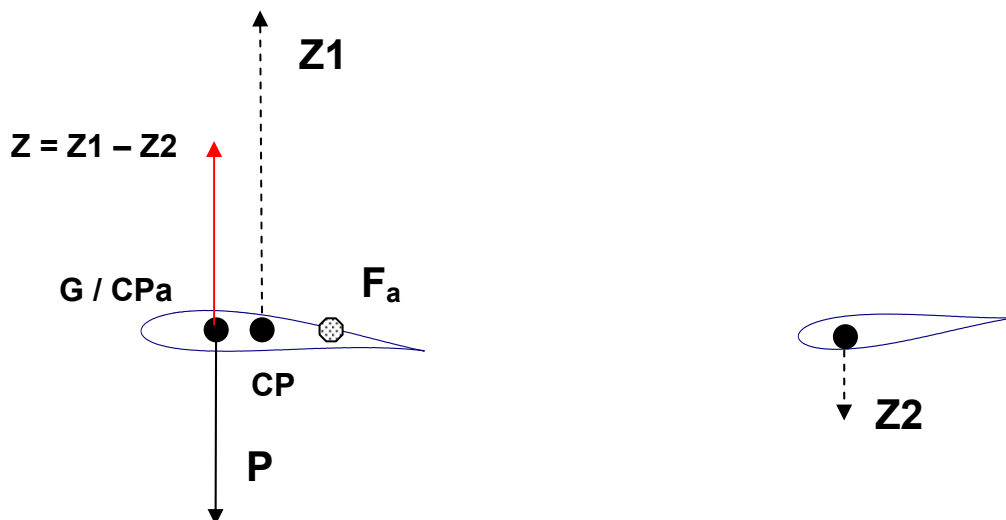


Figure 22

## 10.6 Equilibre des moments au foyer

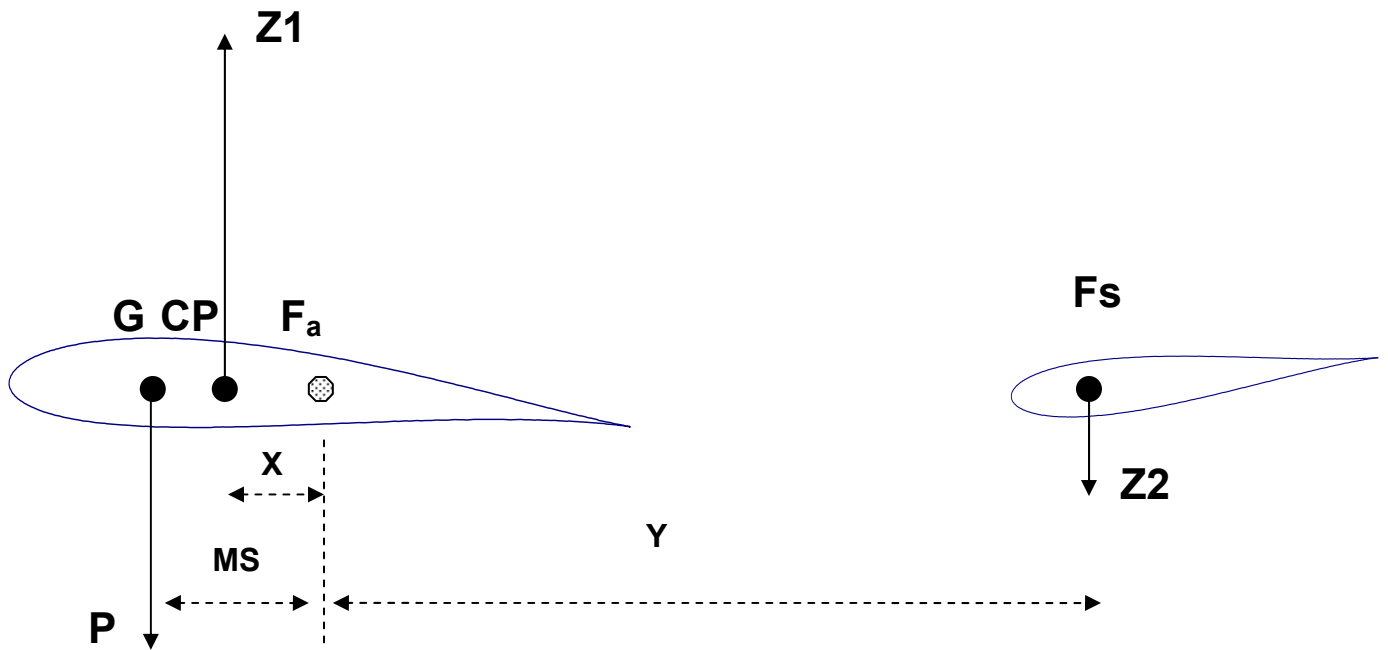


Figure 23

Au foyer, l'équilibre des moments est le suivant (voir figure 23) :

$$M_{Z1}/Fa + M_{Z2}/Fa + M_P/Fa = 0, \quad \text{soit:}$$

$$Z1 \cdot X + Z2 \cdot Y - P \cdot MS = 0 \quad \text{ou}$$

$$Z1 \cdot X + Z2 \cdot Y = P \cdot MS \quad (15)$$

MS est la distance entre G et le foyer de l'avion et est appelée la **marge statique**.

$Z1 \cdot X + Z2 \cdot Y$  représente la somme des moments de portance par rapport au foyer et reste donc constante et égale à  $P \cdot MS$  quand l'incidence varie.

Ce moment total est positif, donc  $Cm_0 > 0$ .

Par exemple, supposons une turbulence provoquant une rotation positive de l'avion autour de G. Il en résulte que :

- l'incidence de l'aile augmente,  $Z1$  augmente et de plus  $X$  augmente car CP avance, finalement le produit  $Z1 \cdot X$  augmente,
- mais parallèlement, l'incidence du plan de profondeur diminue (en valeur absolue) et par conséquent  $Z2$  et donc le produit  $Z2 \cdot Y$  diminuent.

→ La somme  $Z1 \cdot X + Z2 \cdot Y$  reste constante et toujours égale à  $P \cdot MS$ .

### Note : cas d'un avion de masse nulle (approche théorique)

Supposons que le poids de l'avion soit négligeable (maquette en polystyrène expansé par exemple).

L'équation (15) devient :

$$Z1 \cdot X + Z2 \cdot Y = P \cdot MS \sim 0$$

Ce qui signifie que le moment des forces par rapport au foyer est nul et donc que *le foyer est également le centre de poussée des forces de portance*.

Dans ce cas, l'équilibre des forces est celui de la figure 24. Le stabilisateur est alors porteur.

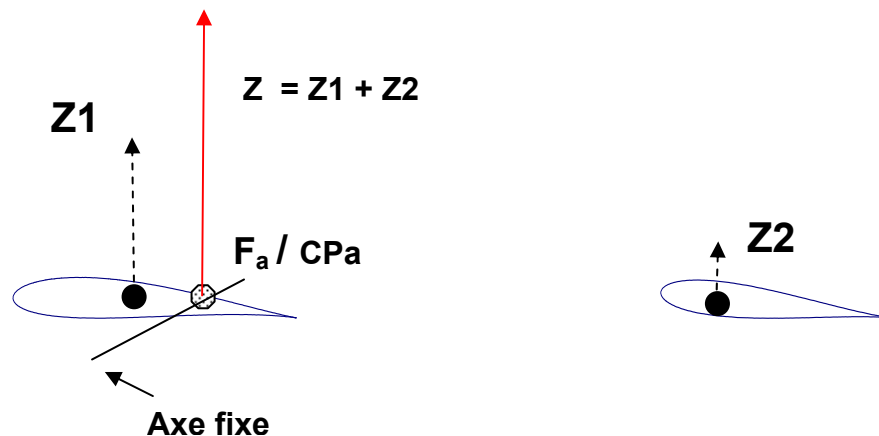


Figure 24

C'est ce raisonnement qui est utilisé dans le Manuel du Pilote d'avion pour mettre en évidence l'existence du foyer en imaginant une maquette percée de plusieurs trous le long du fuselage et dont on cherche l'équilibre lorsqu'elle est soumise à un essai en soufflerie.

On passe un axe dans le trou et qui sert alors d'axe de rotation. Quand l'axe est dans le trou correspondant au centre de poussée, et donc au foyer, la maquette est en équilibre indifférent quelque soit l'incidence et donc quelque soit l'intensité de  $Z$ .

*Remarque* : dans ce cas  $Z = R$ ,  $R$  étant la réaction due à l'axe fixe.

### 10.7 Autre définition du foyer avion

Nous venons de voir que quand l'incidence varie, le moment des forces de portance par rapport au foyer reste constant.

Revenons au cas général, présenté en figure 23. La résultante des forces de portance est  $Z = Z1 - Z2$

Mais quand l'incidence varie,  $Z1$  devient  $Z1 + \Delta Z1$  et  $Z2$  devient  $Z2 - \Delta Z2$ . Il s'ensuit une augmentation de la portance résultante de  $\Delta Z = \Delta Z1 + \Delta Z2$ .

Puisque que le moment de cette nouvelle force  $Z + \Delta Z$  par rapport au foyer est le même que le moment de  $Z$ , *tout se passe comme si  $\Delta Z$  était appliquée au foyer* et n'apportait donc aucune



contribution au moment. Effectivement le moment d'une force par rapport à son point d'application est nul.

Pour cette raison, le foyer est souvent défini comme étant le *point d'application des variations de portance*.

Il faut bien être conscient que la portance dont on fait allusion dans cette définition est la portance totale de l'appareil et non de l'aile seule.

Les deux schémas de la figure 25 expriment ce concept.

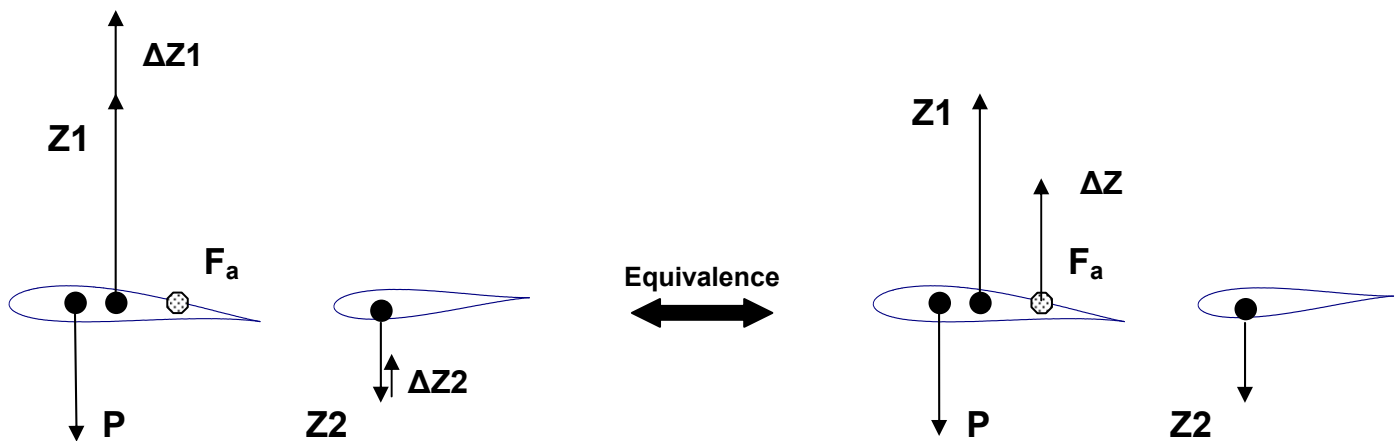


Figure 25

**En résumé :**

**En vol stabilisé, le centre de poussée de l'avion complet, point d'application de la résultante des forces de portance de l'aile et du stabilisateur, est confondu avec le centre de gravité.**

**Le foyer de l'avion complet est le point par rapport auquel le moment des forces de portance est constant quelque soit l'incidence.**

**Quand l'incidence augmente, la résultante des forces de portance augmente, mais le système réagit comme si cette force additionnelle était appliquée au foyer.**

**Pour cette raison, le foyer est souvent appelé « point d'application des variations de portance »**

## 11 STABILITE LONGITUDINALE DE L'AVION

Au même titre que l'on a étudié la stabilité de l'aile - ce qui a d'ailleurs amené la conclusion que l'aile seule est instable - on s'intéresse maintenant à la stabilité autour de l'axe de tangage de l'avion complet.

L'étude va être effectuée en raisonnant à partir de 3 schémas différents :

- schéma 1 : c'est le schéma de base avec les forces de portance s'appliquant aux centres de poussée de l'aile et du stabilisateur
- schéma 2 : les forces de portance sont « réduites » au foyer de l'avion
- schéma 3 : les forces de portance sont réduites au centre de gravité de l'avion

**Note** : il est bon de préalablement rappeler ce qu'est la **réduction en un point** d'une force ou d'un système de forces.

La réduction d'un système de forces appliquées à un solide consiste à trouver un autre système, plus simple et qui, appliqué à ce même solide, ne modifie pas l'état initial du corps.

Si l'on réduit le système à un point P, les différentes forces  $F_i$  sont remplacées par leur résultante R que l'on applique en P.

On affecte ensuite en P un moment résultant M égal à la somme des moments des forces  $F_i$  par rapport à P.

On a donc  $R = \sum F_i$  et  $M = \sum M_{F_i/P}$ , ce qui peut être illustré par la figure 26, dans laquelle les forces F1 et F2 initialement appliquées en A et B sont réduites au point P.

Au point P le moment M imposé est égal à  $M_{F1/P} + M_{F2/P}$

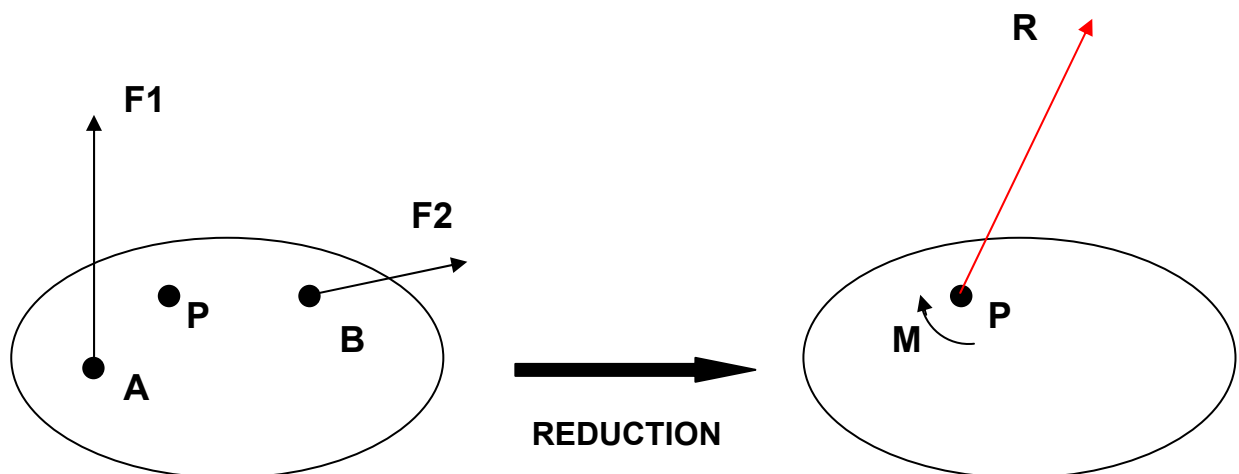


Figure 26

### 11.1 Etude de la stabilité longitudinale – schéma 1

Soit l'avion en vol stabilisé. L'état des forces est tel que présenté sur la figure 27.

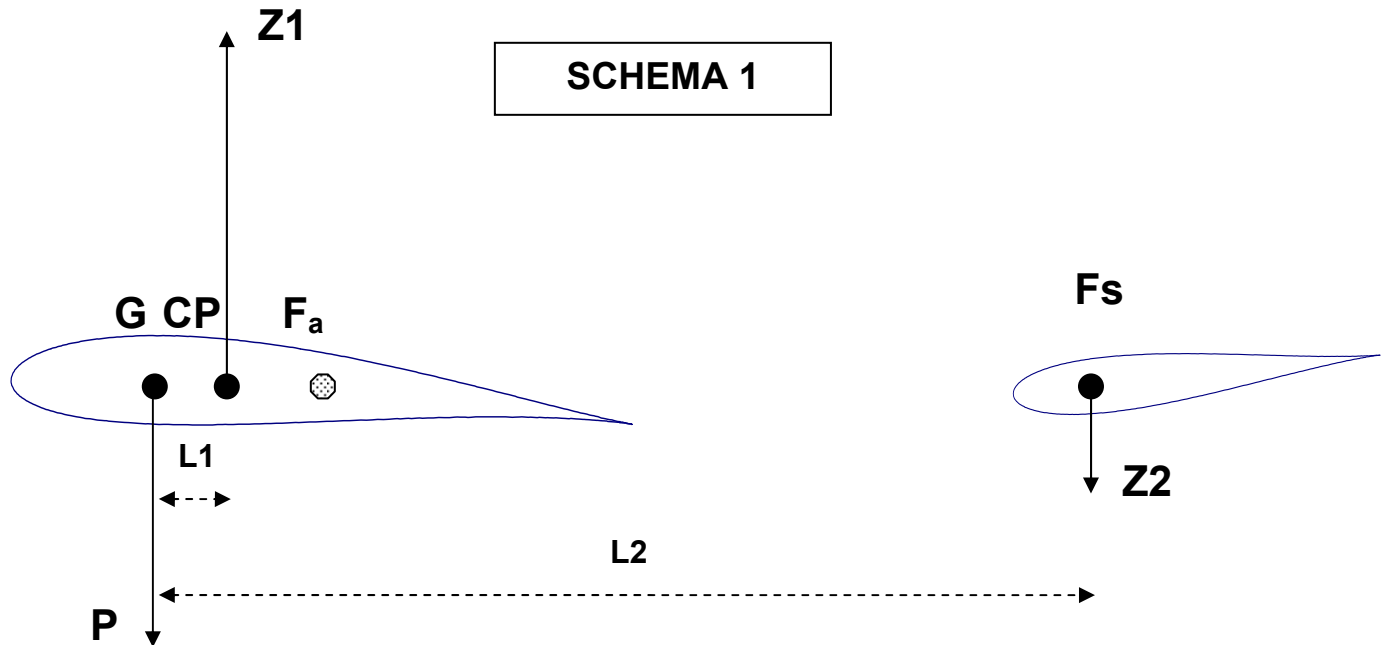


Figure 27

Les conditions d'équilibre sont :

**Equilibre des forces :**  $P = Z1 - Z2$

**Equilibre des moments :**  $M_{Z1/G} + M_{Z2/G} + M_{P/G} = 0$  soit  $L2 \cdot Z2 - Z1 \cdot L1 = 0$

$(M_{P/G} = 0)$

Survient une turbulence qui provoque une rotation à cabrer autour du centre de gravité. Les conséquences instantanées sont :

- l'incidence de l'aile augmente de  $\alpha$  à  $\alpha \Delta$ , donc  $Z1$  augmente. Mais CP avance vers G, donc  $L1$  diminue. Il y a donc incertitude sur la façon dont évolue le produit  $Z1.L1$
- l'incidence du plan de profondeur (négative) augmente également mais cela constitue une diminution en valeur absolue, donc  $Z2$  diminue.  $L2$  reste constant. Le produit  $Z2.L2$  diminue et le stabilisateur devient moins cabreur

→ Il est difficile de prévoir comment l'ensemble réagit.

La seule façon de lever le doute est de se rappeler que l'on est en présence d'un système dont le moment des portées de portance par rapport au foyer est positif, donc  $C_{m0} > 0$ . Dans un tel système, le centre de poussée recule quand l'incidence augmente (voir chapitre 8.2).

Celui-ci, initialement confondu avec G, recule donc quand l'incidence augmente suite à turbulence et crée alors un moment piqueur par rapport à G, ce qui a pour effet de diminuer l'incidence et de faire revenir l'avion à sa position initiale. Voir figure 28.

→ Cette configuration assure la stabilité longitudinale.

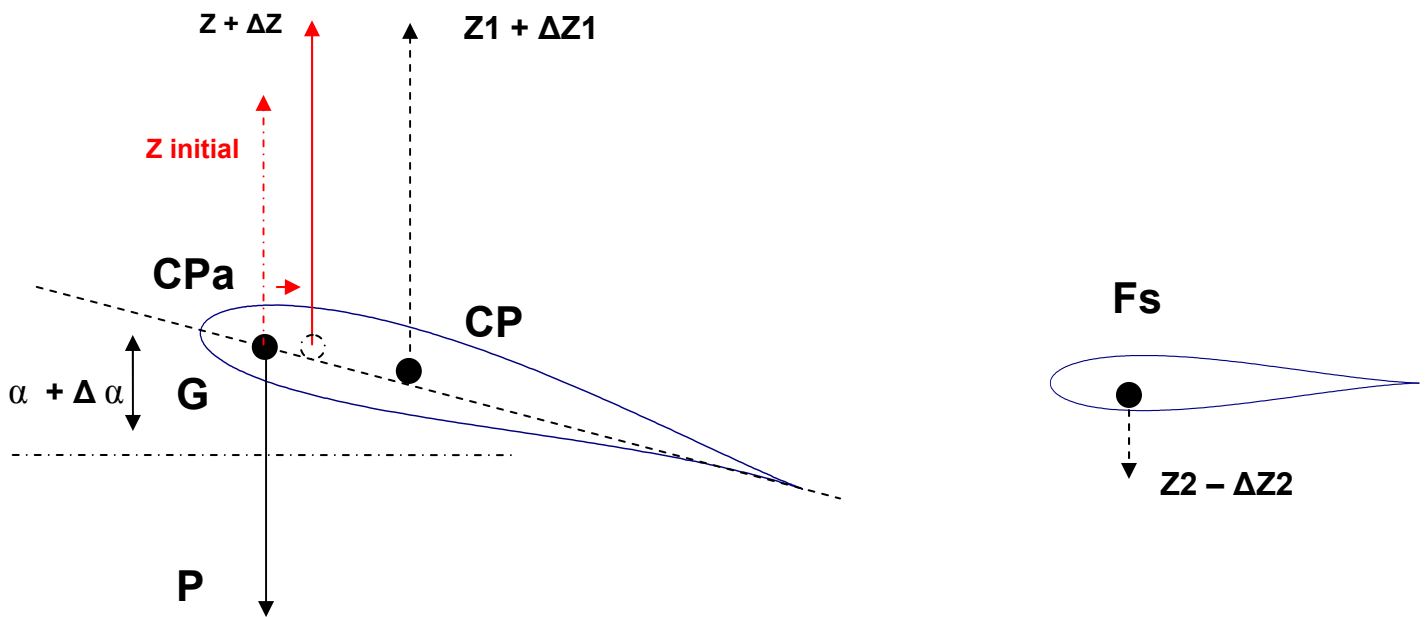


Figure 28

Mais malgré cette conclusion positive, la démarche d'expliquer la stabilité de l'avion à partir des centres de poussée est peu aisée.

Pour cette raison, l'introduction du foyer avion dans la démonstration est d'un grand secours, car ce point est fixe, à l'inverse du centre de poussée.

## 11.2 Etude de la stabilité longitudinale – schéma 2

Les portances de l'aile et du stabilisateur sont réduites au foyer de l'avion  $F_a$ . Il est donc nécessaire d'y appliquer également un moment  $M_0$  (somme des moments des forces de portance par rapport au foyer). L'avantage est que  $F_a$  est fixe et que le moment des forces de portance  $M_0$  est constant quelque soit l'incidence. Voir figure 29.

Les conditions d'équilibre sont alors les suivantes :

**Equilibre des forces :**  $P = Z$  avec  $Z = Z_1 - Z_2$

**Equilibre des moments :**  $M_{P/G} + M_{Z/G} + M_0 = 0$  avec  $M_0 = P.MS = cte$  et  $M_{P/G} = 0$

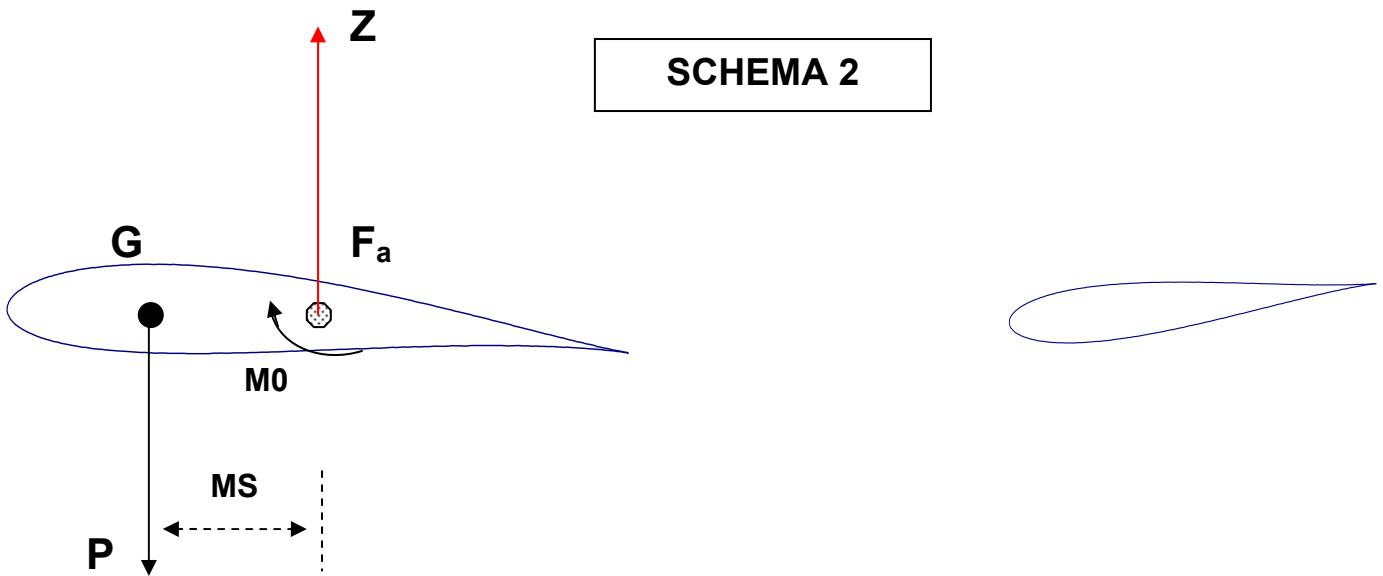


Figure 29

En cas d'augmentation brutale d'incidence de  $\alpha$  à  $\Delta \alpha$ , la portance augmente de  $Z$  à  $Z + \Delta Z$  ce qui a pour effet d'augmenter le moment de  $Z.MS$  à  $(Z + \Delta Z) MS$ . Voir figure 30.

→ L'incidence diminue.

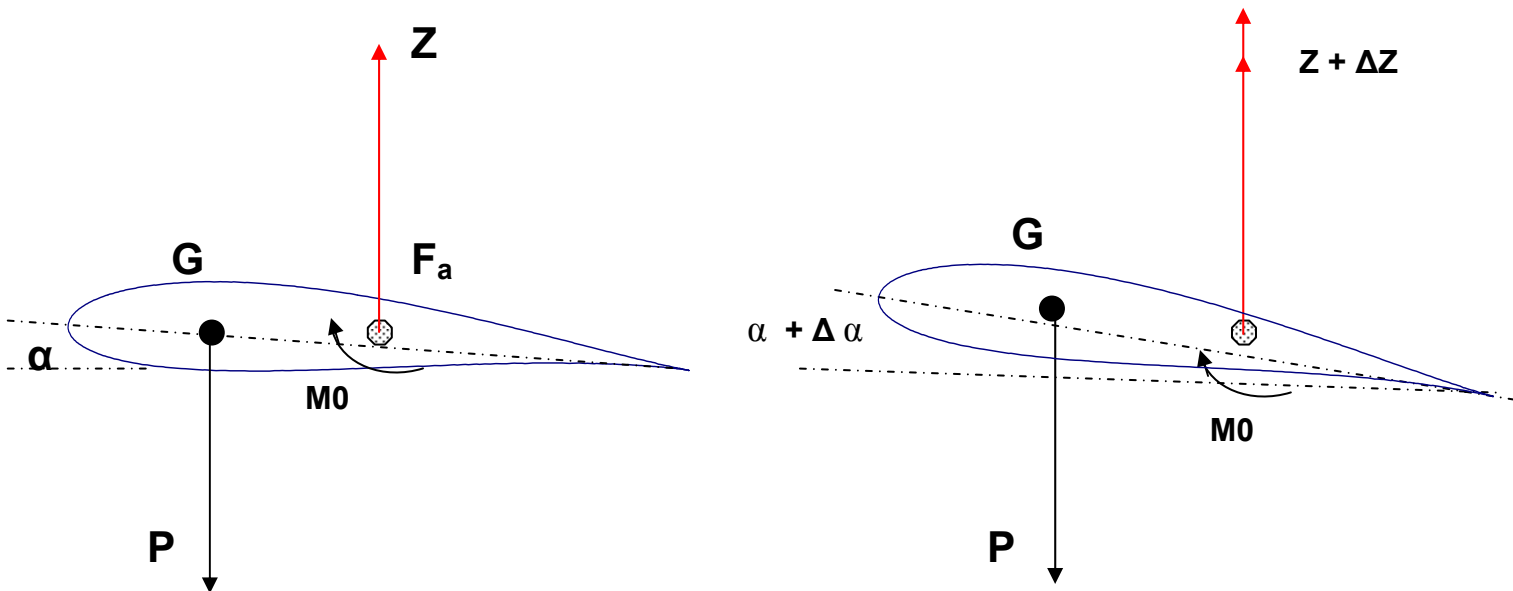


Figure 30

### 11.3 Etude de la stabilité longitudinale – schéma 3

Les portances de l'aile et du stabilisateur sont réduites au centre de gravité. Cela supprime tous les moments par rapport à G. Par contre, les variations de portance, quand l'incidence augmente, apparaissent au foyer, préalablement défini comme le « point d'application des variations de portance ».

La force additionnelle  $\Delta Z$  appliquée au foyer crée un moment piqueur qui diminue l'incidence. Voir figure 31. Pour un même  $Z$ , le moment est d'autant plus fort que la marge statique (MS) est grande.

**Equilibre des forces :**  $P = Z$  avec  $Z = Z_1 - Z_2$

**Equilibre des moments :**  $M_P/G = M_Z/G = 0$

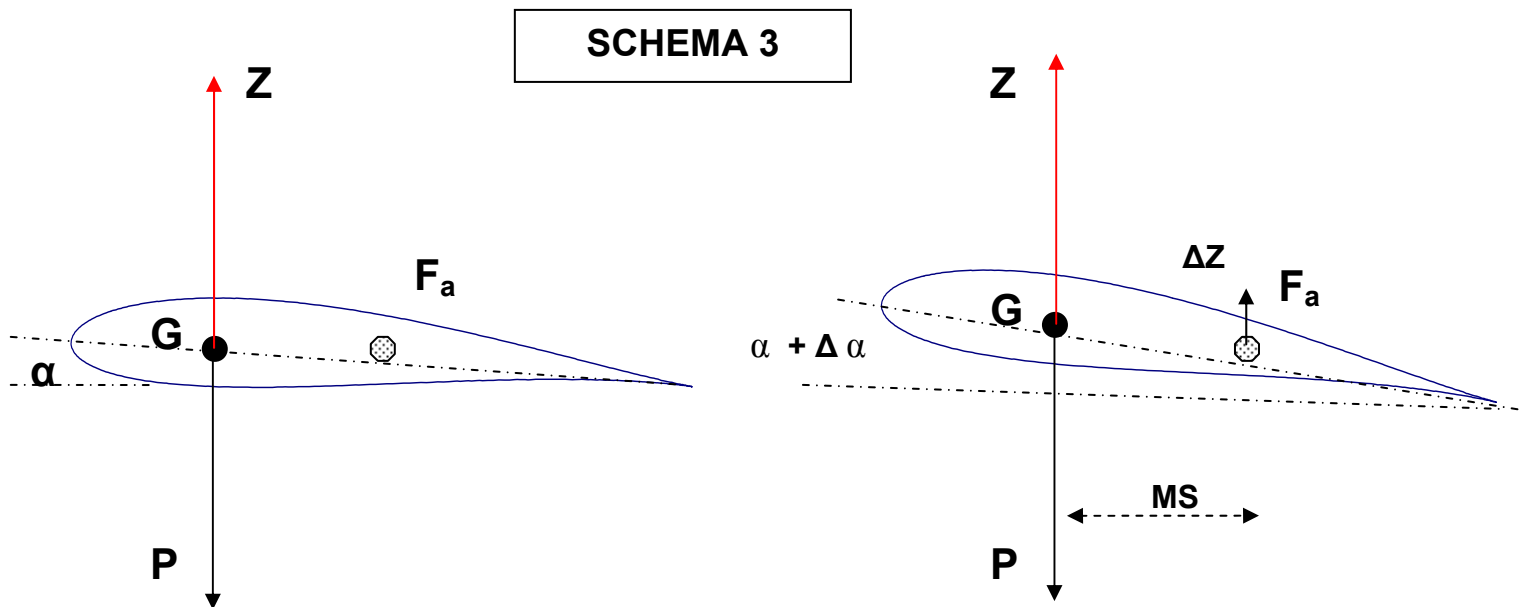


Figure 31

Ce schéma pour expliquer la stabilité longitudinale de l'avion est fréquemment répandu car très simple. Il n'est cependant pas souhaitable de le présenter sans que soient préalablement précisés les points suivants :

- la portance indiquée est la portance totale de l'avion et non la portance de l'aile seule
- cette portance est appliquée au centre de gravité, parce qu'on y a effectué une réduction du système des forces de portance s'appliquant initialement au centre de poussée de l'aile et du stabilisateur

- le fait que le foyer soit qualifié de « point d'application des variations de portance » n'est pas une réalité en soi mais vient du fait que la somme des moments des forces de portance par rapport au foyer avion est constante quand l'incidence varie.

## 11.4 Qualité de la stabilité

La qualité de la stabilité longitudinale, c'est-à-dire la rapidité avec laquelle le système peut retrouver sa position initiale après une perturbation dépend de la position du centre de gravité G par rapport au foyer de l'avion Fa.

Considérons à nouveau le schéma 3 - figure 31.

Quand G recule, MS diminue. En cas de variation d'incidence, le moment MS.  $\Delta Z$  est plus faible ce qui fait que la correction du système, c'est-à-dire le retour à l'incidence initiale est plus long.

A l'inverse, quand G est plus en avant, le moment est plus important ce qui permet un retour plus rapide à la position initiale.

Les conclusions bien connues des pilotes sont :

**Position reculée de G = centrage arrière → avion moins stable**

**Position avancée de G = centrage avant → avion plus stable**

On comprend vite que le foyer Fa constitue la limite arrière de G. Si G est confondu avec Fa, toute augmentation d'incidence n'entraîne aucun moment de rappel, puisque MS.  $\Delta Z = 0$ . La stabilité est nulle.

### *Remarque : maniabilité du système*

L'inverse de la stabilité est la maniabilité. Elle caractérise la variation d'assiette de l'avion suite à une sollicitation volontaire du plan de profondeur (action du pilote sur le manche).

On voit sur le schéma en figure 21 que le moment  $Z2.L2$  généré par le plan de profondeur diminue quand L1 diminue ( $Z2.L2 = Z1.L1$ ).

Donc pour obtenir un même changement d'assiette de l'avion, la variation nécessaire du moment  $L2.Z2$  obtenue par un changement d'incidence du plan de profondeur sera d'autant plus faible que G est en arrière.

On peut caractériser la maniabilité par le rapport  $\Delta\theta / \Delta\alpha_p$  où :

- $\Delta\alpha_p$  est la variation d'incidence du plan de profondeur
- $\Delta\theta$  est la variation d'assiette induite par  $\Delta\alpha_p$

Les conclusions sont :

**Position reculée de G = centrage arrière → avion plus maniable**

**Position avancée de G = centrage avant → avion moins maniable**

## 11.5 Plage de centrage

On appelle la plage de centrage l'intervalle compris entre la limite avant de la position de G et la limite arrière. Voir figure 32.

Ces limites avant et arrière, fixées par le constructeur, sont définies par rapport à une ligne de référence. En ce qui concerne les avions légers, cette référence peut être par exemple :

- le bord d'attaque de la l'aile : exemple DR 400
- la cloison pare-feu : exemple TB 10

Dans le cas où c'est le bord d'attaque qui fait office de référence, on exprime souvent les limites de la plage de centrage en % de la longueur de la corde moyenne de l'aile (MAC).

### 11.5.1 Limite arrière

Comme il a été vu plus haut, la limite arrière de la position de G est le foyer de l'avion. En général, les constructeurs fixent cette limite arrière avec une marge de sécurité. Par exemple, si le foyer de l'avion se trouve à une position par rapport au bord d'attaque de l'aile équivalente à 35 % de la longueur de la corde, on fixera la limite arrière à 30%.

*Remarque* : certains avions d'arme sont conçus avec un centre de gravité situé en arrière du foyer (F18 par exemple). La maniabilité est énorme mais le pilotage ne peut être manuel et est donc assisté par les calculateurs afin de ne pas dépasser les facteurs de charge limites.

### 11.5.2 Limite avant

La limite avant est conditionnée par la maniabilité : plus G avance et plus la maniabilité se dégrade. Il faut donc fixer une limite permettant, pour tous les cas de vol de pouvoir assurer des variations d'assiette souhaitées (arrondi à l'atterrissage par exemple).

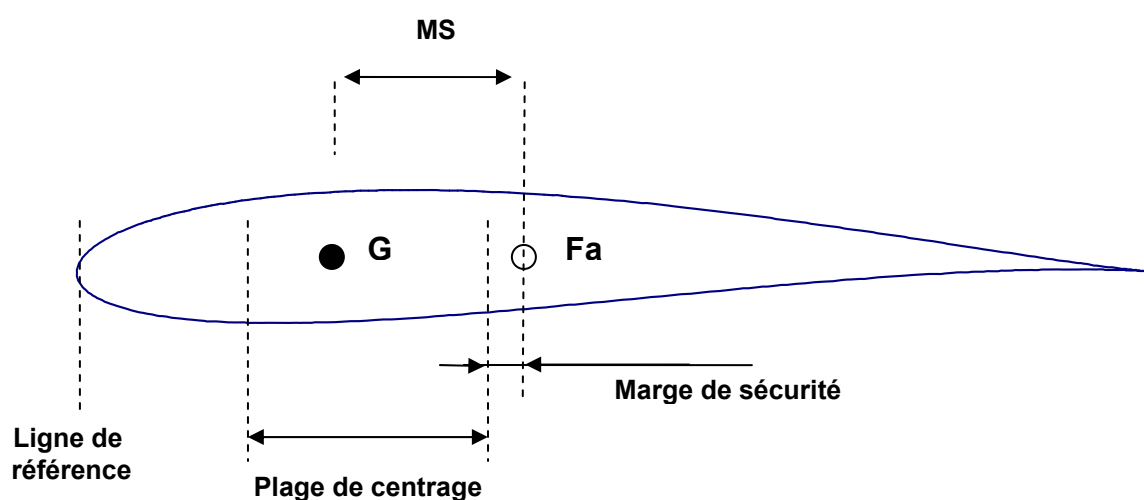


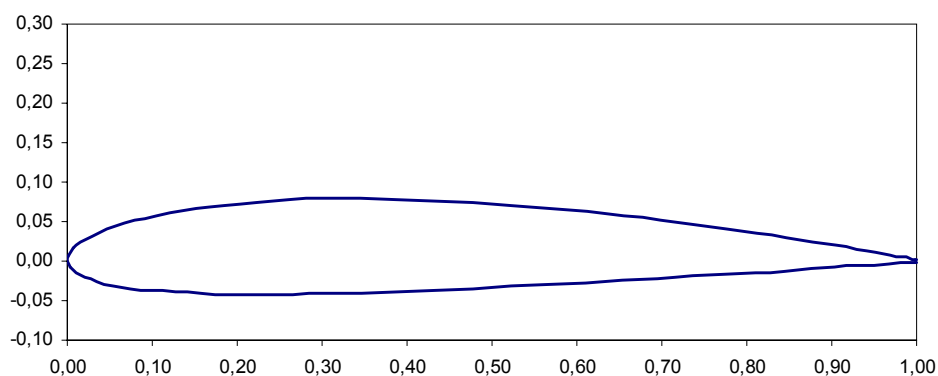
Figure 32



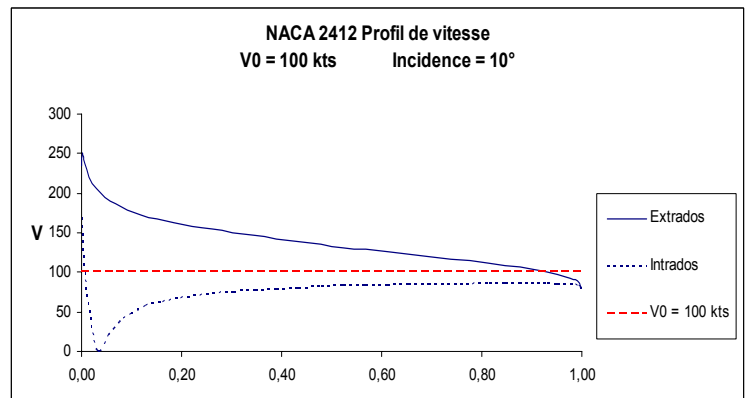
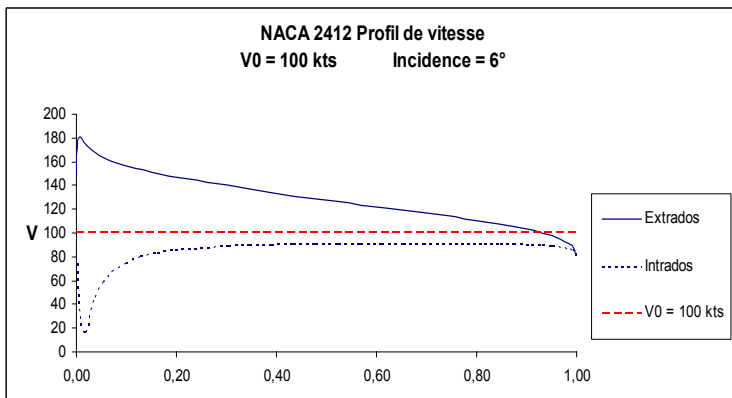
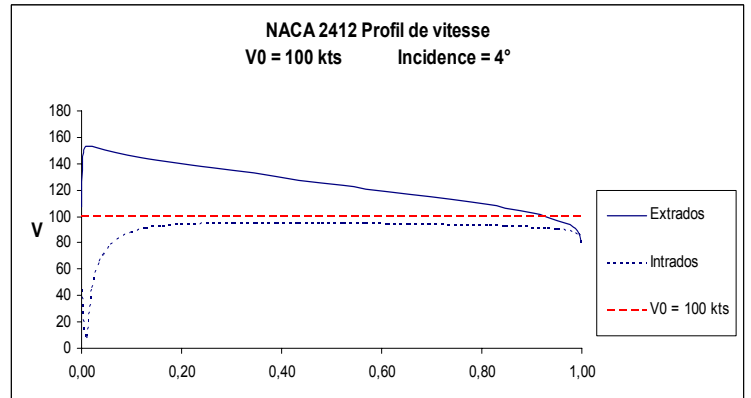
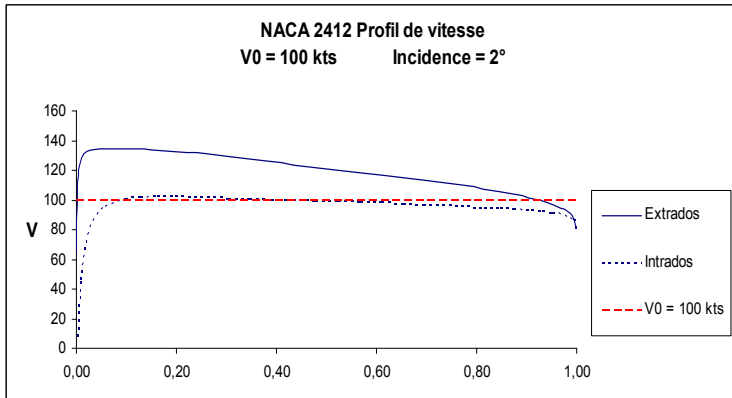
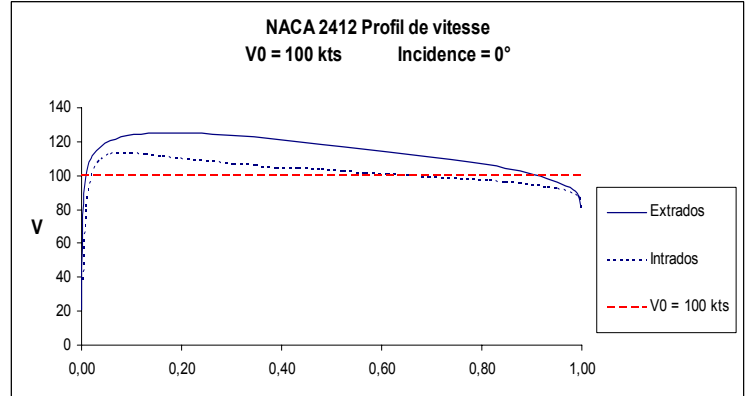
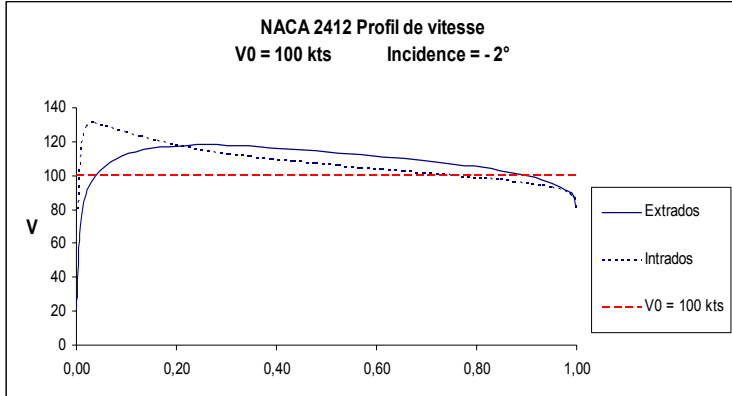
### Profil NACA 2412 – Caractéristiques géométriques

Extrados	
X	Y
0,000000	0,000000
0,001237	0,008001
0,006538	0,016068
0,015880	0,024140
0,029205	0,032125
0,046422	0,039906
0,067403	0,047353
0,091988	0,054321
0,119982	0,060667
0,151154	0,066254
0,185245	0,070955
0,221966	0,074668
0,261001	0,077309
0,302015	0,078826
0,344651	0,079191
0,388542	0,078407
0,433054	0,076579
0,477995	0,073957
0,523089	0,070627
0,567965	0,066677
0,612258	0,062201
0,655610	0,057298
0,697672	0,052069
0,738105	0,046618
0,776588	0,041051
0,812816	0,035474
0,846501	0,029993
0,877380	0,024717
0,905211	0,019750
0,929779	0,015196
0,950893	0,011151
0,968392	0,007704
0,982142	0,004935
0,992038	0,002909
0,998006	0,001673
1,000000	0,001257

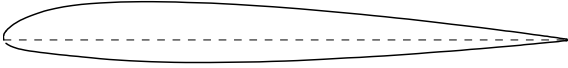

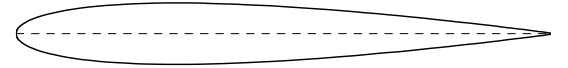


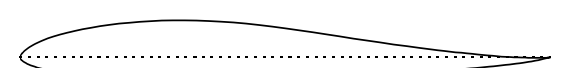
Intrados	
X	Y
0,002789	-0,007599
0,009531	-0,014478
0,020154	-0,020618
0,034555	-0,026003
0,052601	-0,030617
0,074136	-0,034451
0,098979	-0,037504
0,126926	-0,039787
0,157758	-0,041327
0,191233	-0,042167
0,227099	-0,042366
0,265086	-0,042000
0,304910	-0,041158
0,346274	-0,039937
0,388871	-0,038442
0,432640	-0,036703
0,477060	-0,034629
0,521689	-0,032296
0,566174	-0,029783
0,610160	-0,027163
0,653297	-0,024498
0,695237	-0,021840
0,735640	-0,019234
0,774179	-0,016715
0,810538	-0,014312
0,844420	-0,012050
0,875545	-0,009950
0,903654	-0,008032
0,928514	-0,006316
0,949916	-0,004821
0,967681	-0,003567
0,981657	-0,002569
0,991725	-0,001844
0,997801	-0,001405
0,999832	-0,001257



## NACA 2412 - Profil de vitesses pour différentes valeurs d'incidence



## Caractéristiques de quelques profils

Profil	Allure	Cr (%)	$\alpha_0$ (°)	Cm0
NACA 23012		1,9	- 1	-0,01
NACA 2412		2	-2,2	-0,05
NACA 0012		0	0	0
Wortmann FX 63-137		6	-9	-0,18
Eppler E 193		3,6	-3,4	-0,08
Eppler E 186 (double courbure)		1,3	1,1	0,05